

ISEG – INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Licenciaturas: Gestão, Economia e Finanças

Data: 1/6/2009

Época: normal

Duração: 2 horas

(Nota: Justifique todas as respostas)

1. Uma empresa produz dois produtos, P1 e P2. Cada unidade do produto P1 pode ser vendida a 10 u.m. e cada unidade do produto P2 a 20 u.m.. Para produzir uma unidade de P1 consomem-se 1 unidade de matéria-prima A, 1 de matéria-prima B e 3 unidades de trabalho. Cada unidade do produto P2 requer 1 de matéria-prima A, 4 de matéria-prima B e 2 unidades de trabalho. Para afectar a esta linha de produção a empresa dispõe, neste momento, de 50 unidades de matéria-prima A, 80 de matéria-prima B e 90 unidades de trabalho. A empresa pretende determinar as quantidades a produzir de P1 e de P2 que maximizam a receita total. O problema foi formulado com o modelo de programação linear seguinte:

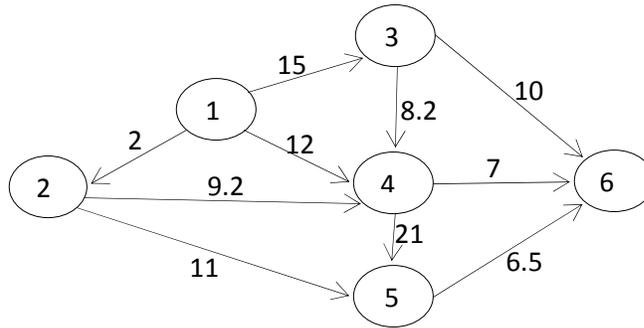
$$\begin{aligned} \max z &= 10x_1 + 20x_2 \\ \text{s. a } &\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 50 \\ x_1 + 4x_2 \leq 80 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 90 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- a) (1 valor) Resolva o problema graficamente.
- b) (2.5 valores) Exprima o dual do problema e determine o preço sombra da matéria-prima A.
- c) (2 valores) Escreva um relatório sucinto com as recomendações que sugere à empresa, fazendo também referência ao significado das variáveis auxiliares e dos preços sombra dos recursos, assumindo que os preços sombra da matéria-prima B e do trabalho são, respectivamente, 4 e 2.
- d) (2 valores) Determine o intervalo de sensibilidade para a receita unitária de P1 e, seguidamente, admitindo que a receita unitária de P1 duplica, indique o plano e o valor da receita total óptimos.

Considere as próximas alíneas independentes.

- e) (2 valores) Qual o efeito na solução óptima e no valor óptimo de ter de se satisfazer uma encomenda de 25 unidades do produto P1?
- f) (1.5 valores) Qual o efeito no plano óptimo e nos preços sombra óptimos de um aumento de 25 unidades de matéria-prima A?
- g) (1 valor) Que alterações deverão ser introduzidas no modelo, no caso de a produção quer de P1, quer de P2 necessitar apenas de uma das matérias-primas A ou B e a empresa pretender que só seja utilizada uma delas?

2. Considere a seguinte rede orientada:



Os vértices (ou nodos) 1 e 2 representam fábricas, cada uma delas com capacidade de produzir mensalmente 20 unidades de determinado produto e o vértice 6 representa um cliente que necessita de 30 unidades desse produto, por mês, sendo os restantes vértices entrepostos que as fábricas podem utilizar no transporte do produto. Considere que os valores sobre os arcos da rede se referem ao custo unitário de transporte do produto nesse arco (em u.m.) e que as capacidades dos arcos são as da tabela seguinte:

Capacidade do arco (i,j)

$i \backslash j$	2	3	4	5	6
1	4	10	10	-	-
2	-	-	10	5	-
3	-	-	10	-	10
4	-	-	-	8	10
5	-	-	-	-	10

- (2 valores) Formule no contexto da programação linear o problema de distribuição do referido produto ao menor custo.
- (1.5 valores) Proponha um plano de transportes admissível e calcule o seu custo.
- (1.5 valores) Tomando a rede em estudo, apresente, se possível:
 - um caminho com pelo menos 3 arcos;
 - um circuito.
- (1 valor) Assumindo que apenas se poderá efectuar o transporte de unidades indivisíveis do produto em causa, a solução óptima modificar-se-á ou não?
- (2.0 valores) Considere a mesma rede, substitua cada arco por uma aresta ligando as respectivas extremidades e, assumindo que os valores que figuram no diagrama são os custos das arestas, determine a árvore geradora mínima e o respectivo custo. Aplique um método de resolução apropriado.