

Instituto Superior de Economia e Gestão
PROBABILIDADES - 2º ano MAEG, 1º sem.
Teste: 10 de Setembro de 2025

No decurso do exame não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Se tiver dúvidas, apresente-as por escrito no seu teste, para que as mesmas possam vir a ser tidas em conta na correcção. Formalize e fundamente as suas respostas. BOA SORTE. (2h)

1. Seja $M_X(s)$ a função geradora de momentos duma v.a. X (admita-se a sua existência) e seja $\phi_X(s) = \ln M_X(s)$ (função geradora cumulante).
 - (a) Discuta a existência de $M_X(s)$ e de $\phi_X(s)$.
 - (b) Mostre que $\phi'(0) = \mu = E[X]$, $\phi''(0) = Var[X]$ e $\phi'''(0) = \mu_3 = E[(X - \mu)^3]$.
2. Considere que dois estudantes chegam para a aula da disciplina de Probabilidades das 9h30m entre as 9h30 e as 9h45m. Considere que não existe razão nenhuma para se supor que tenham tendência para chegar mais a uma hora do que a outra, i.e. a hora de chegada de cada um dos estudantes tem distribuição Uniforme no intervalo (9h30m; 9h45m). Os tempos de chegada dos 2 alunos são independentes. Qual a probabilidade de que as suas chegadas estejam separadas de pelo menos 10 minutos?
3. Uma fábrica de faianças produz determinado artigo de porcelana à razão de 100 unidades por dia. Cada unidade do artigo produzido incorpora X gramas de determinada matéria-prima. X é uma variável aleatória com média 75gm e variância 225gm².
 - (a) Determine a percentagem de dias em que o consumo da matéria-prima não excede 7,6 kgs.
 - (b) Os artigos são vendidos em lotes de 200. Supondo que o custo da matéria-prima é de 5\$00/grama, qual deve ser o preço de venda de cada lote por forma que cubra o custo da matéria-prima incorporada em 95% dos casos.
 - (c) O serviço de controle de qualidade (rigoroso) da empresa considera defeituoso o produto final quando a incorporação da matéria-prima a que corresponde X é inferior a 50 gramas (admita que a distribuição de X possa ser aproximada por uma distribuição Normal).
Calcule a probabilidade de existirem mais de 5% de artigos defeituosos no lote de 200.
4. O António e o Bruno jogam determinado jogo em série. Em cada jogo, o António ganha com probabilidade p e o Bruno ganha com probabilidade $(1 - p)$. A série de jogos sucessivos acaba quando um jogador ganha 2 jogos seguidos.
 - (a) Identifique e faça uma representação do respectivo espaço de resultados.
 - (b) Qual é a probabilidade de o António ganhar a série de jogos?

Cotação: A cotação das perguntas segue uma distribuição uniforme discreta.