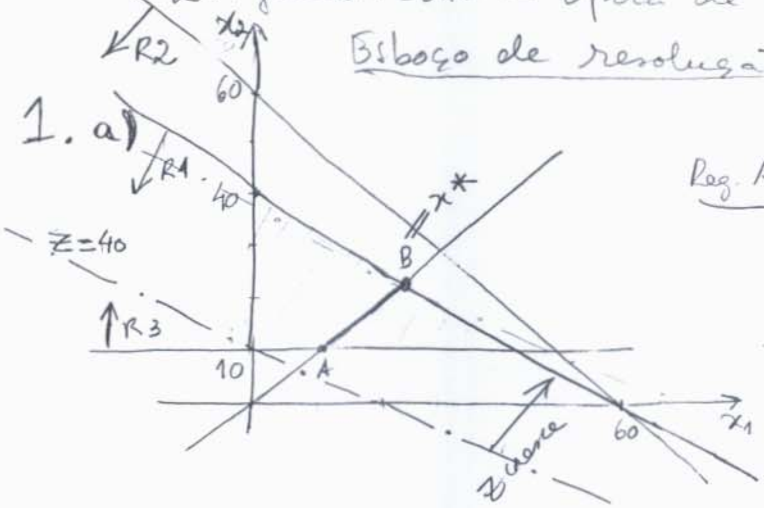
28. Junho. 2011 – Época de Recurso – Invest. Operacional (1)

Esboço de resolução

1. a)



Reg. Adm.: seg^to de recta AB

$Z = 40 \Leftrightarrow 2x_1 + 4x_2 = 40$

$x^*: \begin{cases} 4x_1 + 6x_2 = 240 \\ x_1 = x_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2^* = 24 \\ x_1^* = 24 \end{cases}$

$Z^* = 2 \times 24 + 4 \times 24 = 6 \times 24 = 144$

A empresa deve produzir e vender 24 unidades de cada um dos produtos, obtendo uma margem mensal de 144 u.m., mensal/.

Com este plano de produção, é utilizada toda a HPA disponível, sobram 96 $(= 360 - 6\times24 - 6\times24)$ unidades de HPB e são vendidas mais 14 unidades de P2 do que a necessidade mínima.

b) Dual: mín $w = 240y_1 + 360y_2 + 10y_3$

$$\begin{aligned} 4y_1 + 6y_2 \qquad\quad + y_4 &\geq 2 \\ 6y_1 + 6y_2 + y_3 - y_4 &\geq 4 \end{aligned}$$

$y_1, y_2 \geq 0$, $y_3 \leq 0$, y_4 livre

Forma aumentada

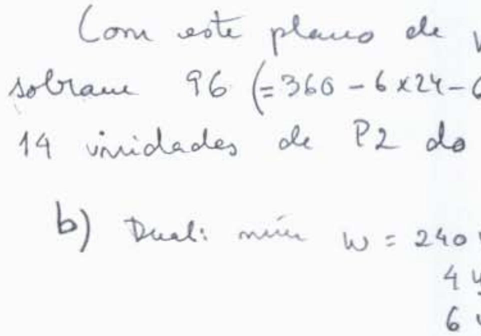
mín $w = 240y_1 + 360y_2 - 10y_3'$

s.a $\begin{cases} 4y_1 + 6y_2 + y_4' - y_4'' - y_5 = 2 \\ 6y_1 + 6y_2 - y_3' - y_4' + y_4'' - y_6 = 4 \\ y_1, y_2, y_3', y_4', y_4'', y_5, y_6 \geq 0 \end{cases}$

7 var
2 eq
5 VNB

Ex: Se escolhermos para VNB $y_1, y_2, y_3', y_4', y_4''$ obtemos a SB $(0,0,0,0,0,-2,-6)$ que é uma SBNA

c) $b_1 = 240 \rightarrow b_1' = 241$

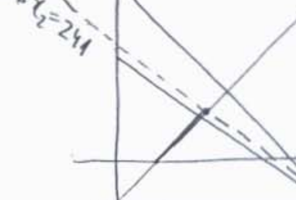


novo x^*: $\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 = 241 \\ x_1 = x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 24{,}1 \\ x_2 = 24{,}1 \end{cases}$

$y_1^* =$ novo z^* − velho $z^* = (2\times24{,}1 + 4\times24{,}1) - 144 = 0{,}6$

R: Se a quantidade de HPA variar Δ_{HPA}, a margem mensal varia $\Delta_{HPA} \times 0{,}6$ U.m. (enquanto a variação Δ_{HPA} for tal que a sol. opt. continue na intersecção das rectas da restrição 1 com a restrição 4)

d)



Se $b_3 = 10 \rightarrow b_3'$ aproveitando os cálculos da alínea a) com $b_3' \in]-\infty, 24]$, a sol. optima continuará na intersecção das rectas das restrições 1 e 4.

e) $x_1^* = 24 \neq 0 \Rightarrow 4y_1 + 6y_2 \quad + y_4 = 2$

$x_2^* = 24 \neq 0 \Rightarrow 6y_1 + 6y_2 + y_3 - y_4 = 4$

$R_2(P)$ ñ sat $\Rightarrow \boxed{y_2^* = 0}$

$R_3(P)$ ñ sat $\Rightarrow \boxed{y_3^* = 0}$

$\rightarrow \begin{cases} 4y_1 + y_4 = 2 \\ 6y_1 - y_4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} y_1 = 0{,}6 \\ y_4 = -0{,}4 \end{matrix}$

$\therefore y^* = (y_1^*, y_2^*, y_3^*, y_4^*) = (0{,}6\,;\,0\,;\,0\,;\,-0{,}4)$

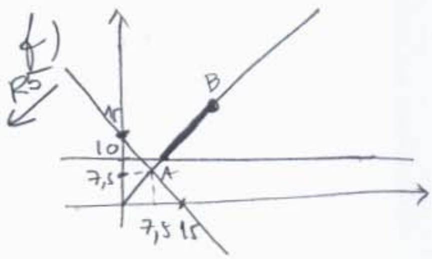
Interpretação: $(c) \to y_i^*$)

i) Se a quantidade de MPB for alterada, a margem mensal não se altera ($y_2^* = 0$)

ii) Se a necessidade de vendas de P2 for alterada, a margem mensal tb ñ se altera ($y_3^* = 0$)

iii) Se a exigencia de "qt// de P_1 ser igual à de P2" for modificada para "qt// de P1 ser superior à de P2 em exactamente n unidades" a margem mensal diminui $n \times 0{,}4$ (Se em vez de sup for inferior, a margem mensal aumenta $n \times 0{,}4$)

(A interpretação só é valida enquanto a b.opt. se mantiver)

f) 

Não há nenhum ponto do seg/o $\overline{AB}$ que verifique a condição $x_1 + x_2 \leq 15$, pelo que o problema passará a ser impossível (ñ tendo, portanto, sol. óptima)

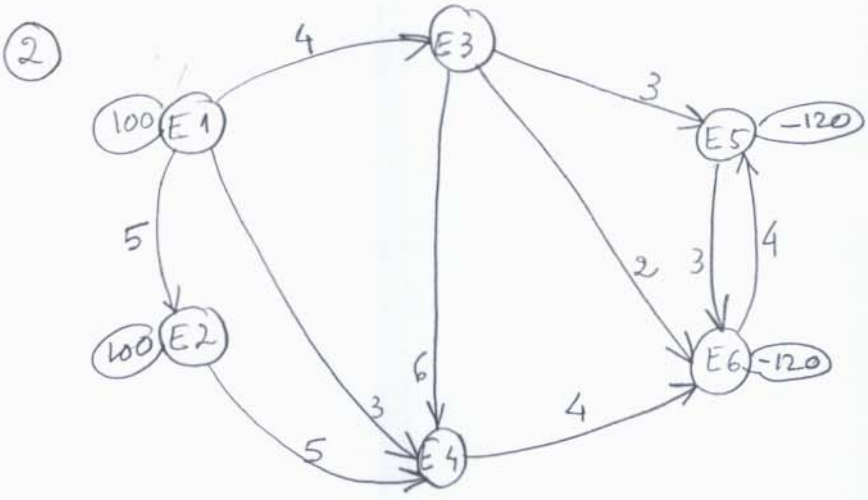
g) $\text{Max } z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 10y_1$

$$\text{s.a} \begin{cases} 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 240 + M(1-y) \\ 6x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 360 + My \\ \quad\quad x_2 \quad \geq 10 \\ x_1 - x_2 \quad = 0 \\ x_1 \leq My_1,\ x_2 \leq My_2,\ x_3 \leq My_3 \\ y_1 + y_2 + y_3 \leq 2 \\ x_1, \dots, x_3 \geq 0,\ y, y_1, y_2, y_3 \in \{0,1\} \end{cases}$$

c/ M suficiente/grande

onde $y = \begin{cases} 1, \text{ se rest. MPA activa} \\ 0, \text{ se rest. MPB activa} \end{cases}$, $y_i = \begin{cases} 1, \text{ se se prod } P_i \\ 0, \text{ se ñ se prod } P_i \end{cases}$, $i = 1, \dots, 3$

2



a) (este é um problema de fluxo de custo mínimo, sem restrições de capacidade nos arcos e com oferta total $\leq$ procura total)

Seja x_{ij} = nº de unidades que são transportadas de E_i para E_j.

$$\min z = 5x_{12} + 4x_{13} + 3x_{14} + 5x_{24} + 6x_{34} + 3x_{35} + 2x_{36} + 4x_{46} + 3x_{56} + 4x_{65}$$

$$\text{s.a.:} \begin{cases} x_{12} + x_{13} + x_{14} = 100 \\ x_{24} - x_{12} = 100 \\ x_{34} + x_{35} + x_{36} - x_{13} = 0 \\ x_{46} - x_{14} - x_{24} - x_{34} = 0 \\ x_{35} + x_{65} - x_{56} \leq 120 \\ x_{36} + x_{46} + x_{56} - x_{65} \leq 120 \\ \text{todas as var.s} \geq 0 \end{cases}$$

b) Devem ser transportadas

100	unidades	de	E1	para E3
100	"	"	E2	para E4
80	"	"	E3	para E5
20	"	"	E3	para E6
100	"	"	E4	para E6.

Com este plano, saem de E1 e de E2 todas as unid.s produzidas e chegam a E5 80 unidades e a E6 120.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**2.c**							
2								
3	**de**	**para**	**solução**	**distância**		**vertice**	**total**	**oferta ou procura**
4	E1	E2		5		E1	=C4+C5+C6	1
5	E1	E3		4		E2	=C7-C4	0
6	E1	E4		3		E3	=C8+C9+C10-C5	0
7	E2	E4		5		E4	=C11-C6-C7-C8	0
8	E3	E4		6		E5	=C12-C9	0
9	E3	E5		3		E6	=-C10-C11-C12	-1
10	E3	E6		2				
11	E4	E6		4				
12	E5	E6		3				
13	E6	E5		4