Instituto Superior de Economia e Gestão

INVESTIGAÇÃO **O**PERACIONAL

2011/09/09 Época Especial Duração: 2 horas

<u>**Nota**: Justifique convenientemente todas as suas respostas e apresente todos os cálculos</u>

1.Certa empresa pretende adquirir duas matérias primas, mpA e mpB, necessárias para o seu plano de produção. Os custos unitários das matérias primas são 120 e 60 u.m./tonelada, respectivamente. A capacidade de armazenagem da mpB é de 10 toneladas. A empresa dispõe de 40 horas/semana do factor trabalho, necessitando cada tonelada de mpA e mpB, respectivamente, de 2 e 3 horas, para serem tratadas. O equipamento utilizado necessita de trabalhar, por semana, pelo menos 30 horas e cada tonelada de mpA e de mpB utiliza 3 e 2 horas desse equipamento, respectivamente.
Com o objectivo de minimizar o custo semanal de aquisição das duas matérias primas, formalizou-se o seguinte problema de PL

$$\begin{array}{lll} \text{Minimizar } Z = 120x_1 + 60x_2 & & \\ \text{Sujeito a:} \quad 3x_1 + 2x_2 \geq 30 & & \text{equipamento} \\ \qquad\qquad\quad 2x_1 + 3x_2 \leq 40 & & \text{trabalho} \\ \qquad\qquad\qquad\quad x_2 \leq 10 & & \text{armazenagem} \\ \qquad\qquad\quad x_1, x_2 \geq 0 & & \end{array}$$

a)(3,0 val) Resolva graficamente o problema e indique, de forma clara, a solução óptima e a respectiva interpretação, incluindo as variáveis auxiliares.

b) (1,5 val) Indique, graficamente, uma solução básica não admissível (sbna), uma solução não básica admissível (snba) e uma solução básica admissível (sba).

c) (3,0 val) Escreva o dual do problema, determine uma solução óptima do dual e interprete os preços sombra.

d) (2,0 val) Determine o intervalo de sensibilidade para a necessidade mínima de utilização do equipamento.

e) (2,0 val) Alternativamente ao equipamento que a empresa utiliza, pode ser usado outro, que a empresa tem disponível, com capacidade de trabalhar 50 horas/semana (sem necessidade de tempo mínimo de utilização) e que gasta 5 horas por cada tonelada de mpA e 1 hora por cada tonelada de mpB. Além disso, a empresa tem um custo fixo de 50u.m., quando o equipamento alternativo está em actividade. Indique quais as alterações a introduzir no modelo, de forma a contemplar estas hipóteses.

2. Ao resolver um problema de PL em que se pretendia maximizar a função objectivo, obteve-se o seguinte quadro do simplex

VB	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
			a			*b*	*c*	100
		0	-1	1	0	2	0	*d*
		0	2	0	1	1	-1	*e*
		1	1	0	0	1	-2	*f*

a) (0,5 val) Complete o quadro;

b) (0,5 val) Determine todos os valores que os parâmetros $a,\ldots,f$ deverão obrigatoriamente tomar de modo a que o quadro seja óptimo;

c) Dê um exemplo de valores dos parâmetros para os quais o problema tenha

c1) (0,5 val) valor óptimo ilimitado;

c2) (0,5 val) soluções óptimas alternativas;

d) (2,0 val) Sendo a=-2 e b=c=d=e=f=10, faça uma iteração do algoritmo do Simplex, identifique a solução que obtiver e justifique se se trata de uma solução óptima.

3. Uma empresa produz um único produto em duas fábricas, F1 e F2, ambas com capacidade de produção semanal de 20 toneladas. Pretende enviar toda a produção para três postos de venda, V1, V2 e V3, que pretendem receber 10, 15 e 20 toneladas semanais do produto, respectivamente.
Na tabela seguinte estão as ligações que podem ser usadas para enviar o produto das duas fábricas para os três postos de venda, com os respectivos custos de transporte (u.m./tonelada).

De	F1	F1	F1	F2	F2	V1	V1	V3
Para	V1	V2	V3	V2	V3	F2	V2	V2
Custo (u.m./ton)	50	90	30	30	120	30	40	10

a) (2,5 val) Preencha a folha Excel em anexo e a respectiva janela do Solver, com todos os parâmetros e fórmulas que lhe permitiriam resolver o problema computacionalmente.

b) (2,0 val) Admita agora que a tabela anterior contem os custos de construção de linhas de comunicação entre os cinco pontos e que se pretende determinar que linhas se devem construir de modo a que, a partir de um ponto arbitrário se possa atingir qualquer outro ponto. Determine que linhas se devem construir, de modo a que o custo total seja mínimo.