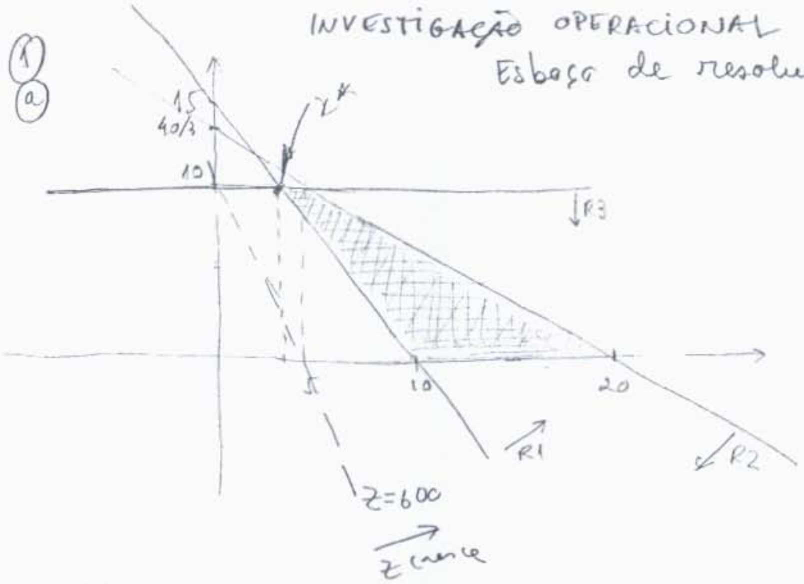
INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL – SETEMBRO 2011

Esboço de resolução

(1)

(a)



$z=600 \Leftrightarrow 120x_1+60x_2=600$

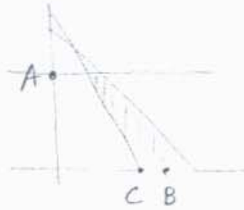
$(0,10)\,,\ (5,0)$

$x^*: \begin{cases} x_2=10 \\ 3x_1+2x_2=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=10 \\ x_1=10/3 \end{cases}$

$Z^* = 120\times\frac{10}{3} + 60\times 10 = 1000$

Rel: Devem ser adquiridas $\frac{10}{3}$ toneladas de mpA e 10 ton de mpB, o que origina um custo total semanal de 1000 u.m. O equipa/o trabalha exactamente o nº de horas exigido (R1 sat.), o espaço de armazenagem é totalmente utilizado (R3 sat.) e o factor trabalho ñ é totalmente esgotado sobrando 3.(3) horas/semana $(40 - 2\times\frac{10}{3} - 3\times 10 = \frac{10}{3})$

(b) s.b.m.a. (0,10) (A)
s.m.b.a (15,0) (B)
s.b.a. (10,0) (C)



(c) $\max\ w = 30y_1 + 40y_2 + 10y_3$

$$\text{s.a.}\begin{cases} 3y_1 + 2y_2 \leq 120 \\ 2y_1 + 3y_2 + y_3 \leq 60 \end{cases}$$

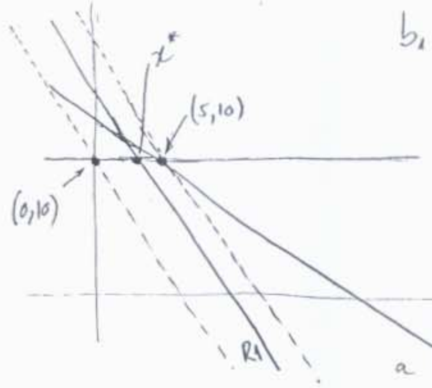
$$y_1 \geq 0,\ y_2, y_3 \leq 0$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1^* > 0 \Rightarrow 3y_1+2y_2 = 120 \\ x_2^* > 0 \Rightarrow 2y_1+3y_2+y_3 = 60 \\ R2(P)\ \tilde{n}\ \text{sat} \Rightarrow y_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 40 \\ 80+y_3 = 60 \\ y_2 = 0 \end{cases} \qquad Y^* = (40, 0, -20)$$

O equipa/o trabalha exacta/ 30 horas/semana; se fosse exigido q trabalhasse mais (menos), por cada hora acima (abaixo) das 30h o custo total aumentaria (diminuiria) 40 u.m. O espaço de armazenagem é total/ utilizado; se se dispusesse de + espaço, por cada ton. de mpB que fosse permitido armazenar a mais (menos) do q as 10 ton, o custo total diminuiria (aumentaria) 20 u.m. Se o nº horas do factor trabalho fosse ≠ 40, o custo total ñ se alterava ⟶

Esta interpretação só é válida enquanto as variações anterior/ descritas não alterarem a base óptima.

(d)



$b_1 = 30 \longrightarrow b_1' = 30 + \Delta b_1$

O valor max que Δb_1 pode tomar sem que a base optima se altere é determinado por

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 30 + \Delta b_1 \\ (x_1, x_2) = (5,10) \end{cases} \iff \Delta b_1 = 5$$

Analogal, o valor mín que Δb_1 pode tomar sem que a base optima se altere é dado por $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 30 + \Delta b_1 \\ (x_1, x_2) = (0,10) \end{cases}$

isto é, $\Delta b_1 = -10$

Assim, $-10 \leq \Delta b_1 \leq 5$ e, portanto, o intervalo de sensibilidade pedido é $b_1 \in [20, 35]$.

(e) se usar o outro equipamento, $5x_1 + x_2 \leq 50$; assim, seja

$$y = \begin{cases} 1, & \text{se usar o equipamento actual} \\ 0, & \text{se usar o equipamento alternativo} \end{cases}$$

novo modelo

$$\min\ z = 120x_1 + 60x_2 + 50(1-y)$$

$$\text{s.a} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 30 - M(1-y) \\ 5x_1 + x_2 \leq 50 + My \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 40 \\ x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0, \quad y \in \{0,1\} \end{cases}$$

, M suficientemente grande

(2)

a)

VB	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
z	1	0		0	0			
x_3	0							
x_4	0							
x_1	0							

b1) quadro optimo, $a, b, c \geq 0$ $(e\ d, e, f \geq 0)$

b2) $d, e, f \geq 0$ com pelo menos um deles $\neq 0$ e $c < 0$ $(a, b\ qq)$

c)

soluções optimas alternativas $a = 0 \wedge b > 0 \wedge c > 0 \wedge d > 0 \wedge e = 0$ e $f > 0$

2.d

VB	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS	
z	1	0	-2	0	0	10	10	100	
x_3	0	0	-1	1	0	2	0	10	x_2 qq
x_4	0	0	2	0	1	1	-1	10	$x_2 \leq 10/2$
x_1	0	1	1	0	0	1	-2	10	$x_2 \leq 10/1$
z	1	0	0	0	1	11	9	110	
x_3	0	0	0	1	1/2	5/2	-1/2	15	linha (0) ≥ 0
x_2	0	0	1	0	1/2	1/2	-1/2	5	
x_1	0	1	0	0	-1/2	1/2	-3/2	5	∴ Quadro optimo

A solução obtida é optima: $x^* = (5, 5, 15, 0, 0, 0)$ e $z^* = 110$.

3.b)

nó na árvore	nó adjacente + próximo e 'fora' da árvore	custo da aresta responsável pela melhor ligação	aresta a incluir na árvore
F1	V1	50	
	V2	90	
	V3	30*	(F1, V3)
F1	V1	50	
	V2	90	
V3	V2	10*	(V3, V2)
F1	V1	50	
V2	F2	30 *	(V2, F2)
V3	F2	120	
F1	V1	50	
V2	V1	40	
V3	—		(F2, V1)
F2	V1	30*	

Devem ser construídas as seguintes ligações
(F1, V3), (V3, V2), (V2, F2), (F2, V1)

o ḡ terá um custo total de 30 + 10 + 30 + 30 = 100 u.m.

Problema de fluxo de custo mínimo, sem restrições de capacidade nos arcos

 Nome:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	arcos	fluxo	c_i		nós	fluxo líq		b_i				
2	F1,V1		50		F1	=B2+B3+B4	=	20				
3	F1,V2		90		F2	=B5+B6-B7	=	20				
4	F1,V3		30		V1	=B7+B8-B2	>=	-10				
5	F2,V2		30		V2	=-B3-B5-B8-B9	>=	-15				
6	F2,V3		120		V3	=B9-B4-B6	>=	-20				
7	V1,F2		30									
8	V1,V2		40									
9	V3,V2		10									
10			=Sumproduct(B2:B9;C2:C9)									
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20