Matemática I – 2º Semestre 2011/12
Ficha de exercícios

# Semana 7: – Funções Reais

## 1 Exercícios de aplicação directa

**1.1.** Esboce o gráfico das seguintes funções, indicando em cada caso um ou dois pontos particulares:

a) $-x^2$ b) $-\sqrt{x}$ c) $e^x$ d) $\ln x$ e) $\frac{1}{x}$ f) $\sin x$ g) $\cos x$ h) $\tan x$
i) $ax+b$ com $a, b \in \mathbb{R}$ j) $|x+5|$ k) $\ln(x-5)$ $\ell$) uma função ímpar.

**1.2.** Seja $f(x) = e^x$, $g(x) = \sqrt{x}$, e $h(x) = \sin x$. Determine o domínio e contra-domínio das seguintes funções:

a) $f \circ g$ b) $f \circ h$ c) $h \circ f$ d) $h \circ f \circ g$ e) $f \circ h \circ f \circ g$

**1.3.** Exercícios do livro (K. Sydsaeter & P.J. Hammond, *Essential Mathematics for Economic Analysis*, Prentice Hall, 2008):
**Secção 6.5:** Exercícios 1 a 4.

**1.4.** Para que valores reais de $a$ e $b$ a função $f(x) = \begin{cases} ax-2 & \text{se } x \leq 1 \\ b-2x^2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$ é contínua?

**1.5.** Para cada uma das seguintes funções, discuta em que intervalos são invertíveis, indique a sua função inversa e esboce o respectivo gráfico:

a) $\ln x$ b) $x^2$ c) $\frac{1}{x}$ d) $\sin x$ e) $\tan x$.

## 2 Definições e Demonstrações

**2.1.** Demonstre, pela definição, que: $\lim_{x\to 2} 3x+1 = 7$.

**2.2.** Sejam as funções $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Demonstre que se $f$ e $g$ forem contínuas em $a \in \mathbb{R}$, então a função $(f+g)$ também é contínua em $a$.

## 3 Problemas e Modelização

**3.1.** Estude o domínio e a continuidade das seguintes funções:

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{x} & \text{se } x < 0 \\ \ln\left(1+x^2\right) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

# 4 Exercícios adicionais

**4.1.** Determine o domínio das seguintes funções.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$ b) $g(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ c) $h(x) = \ln(3-2x)$

d) $i(x) = \sqrt{x^2-25}$ e) $j(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-4}}$ f) $k(x) = \ln(\ln x)$

g) $l(x) = \dfrac{1}{\ln\left(1-|x-1|\right)}$ h) $m(x) = \dfrac{\ln(4-x^2)}{\sqrt{e^x-1}}$.

**4.2.** Exercícios do livro (K. Sydsaeter & P.J. Hammond, *Essential Mathematics for Economic Analysis*, Prentice Hall, 2008):
**Secção 6.5:** Exercícios 5 a 8;
**Secção 7.8:** Exercícios 2, 3 e 5;
**Secção 7.9:** Exercícios 1 a 3;
**Secção 5.3:** Exercícios 3, 5, 7, 9 e 11;