

Gestão

Sistemas de Apoio à Decisão

Cap. 4




 Instituto Superior
 de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
 DESDE 1911


Análise de Decisão

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

- Análise de Decisão
 - Modelação
 - Critérios de Decisão
 - Não Probabilísticos
 - Probabilísticos
- Decisão Sem Incorporação de Experiência
- Decisão Com Incorporação de Experiência
- Árvores de Decisão
- Resolução com o *Tree Plan/Excel*

2011/12 M Cándida Mourão 2

Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA




Análise de Decisão - Modelação

- 1) Ações: $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$
 - Identificar e enumerar TODAS as Ações de forma
 - EXAUSTIVA – não ignorar ações
 - EXCLUSIVA – evitar duplicações ou possibilidade de escolha múltipla
 - **Objetivo** – escolher uma e uma só ação de A
- 2) Estados da Natureza: $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$
 - Identificar e enumerar TODOS os Estados da Natureza de forma
 - EXAUSTIVA – não ignorar estados da natureza
 - EXCLUSIVA – evitar duplicações ou ambiguidades
 - Ocorre um e um só estado!
 - O decisor só conhece o estado depois de escolhida a ação

2011/12
M Cândida Mourão
3

Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Análise de Decisão - Exemplo


Exemplo Protótipo - (H&L, pg. 673)

The GOFERBROKE COMPANY owns a tract of land that may contain oil. A consulting geologist has reported to management that she believes there is 1 chance in 4 of oil.

Because of this prospect, another oil company has offered to purchase the land for \$90,000. However, Goferbroke is considering holding the land in order to drill for oil itself. The cost of drilling is \$100,000. If oil is found, the resulting expected revenue will be \$800,000, so the company's expected profit (after deducting the cost of drilling) will be \$700,000. A loss of \$100,000 (the drilling cost) will be incurred if the land is dry (no oil).

However, before deciding whether to drill or sell, another option is to conduct a detailed seismic survey of the land to obtain a better estimate of the probability of finding oil. Section 15.3 discusses this case of *decision making with experimentation*, at which point the necessary additional data will be provided.

2011/12
M Cândida Mourão
4

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA 

Análise de Decisão - Modelação


3) **Função Ganho (Proveito)**

- Avaliar as ações em função das consequências que arrastam e das preferências do decisor por tais consequências
- $p(a_i, \theta_k)$ ganho de tomar a ação $a_i \in A$ e o estado da natureza ser $\theta_k \in \Theta$ ($i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, n$)
- Eliminar do estudo eventuais **ações dominadas!**

➤ **Critérios de Decisão**

- Não Probabilísticos: **MAXIMIN**
- Probabilísticos: **Bayes**; Máxima Verosimilhança

2011/12M Cândida Mourão5

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA 

Análise de Decisão


Problemas a responder

- Que ação escolher ?
- Qual o ganho esperado da ação escolhida ?
- Valerá a pena efetuar uma experiência (sondagem; estudo de mercado; ...) para diminuir a incerteza ? Ou seja, será que o aumento no ganho esperado resultante da realização de uma experiência compensa o custo da mesma ?
- Qual o preço que estamos dispostos a pagar para a eliminação da incerteza ?

2011/12M Cândida Mourão6

Decisão Sem Experiência

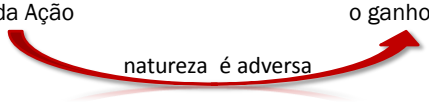
Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Critério de Decisão Não Probabilístico

Princípio de Decisão MAXIMIN (Wald, 1945)


- Critério pessimista ➡ a natureza “é do contra”! O estado de natureza será o pior possível para a ação que o decisor escolher.
- Cada Ação o ganho mínimo



natureza é adversa

Ação maximin ➡ maximiza o ganho mínimo


$$\max_{1 \leq i \leq m} \left\{ \min_{1 \leq k \leq n} \{p(a_i, \theta_k)\} \right\}$$



2011/12
M Cândida Mourão
7

Decisão Sem Experiência

Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Princípio de Decisão MAXIMIN

Vantagens


- Protege o decisor contra o “pior caso”
- Garante um ganho mínimo
- Não permite perdas disparatadas

Adapta-se a situações de

- Forte aversão ao risco
- Concorrência agressiva

- Determinar a ação maximin para o exemplo protótipo

2011/12
M Cândida Mourão
8

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA 


Decisão Sem Experiência - Exemplo

Considerando a matriz de ganhos seguinte determine a correspondente ação maximin e comente o resultado

$p(a_i, \theta_k)$	θ_1	θ_2	θ_3	
a_1	100	180	-100	
a_2	-80	-80	-80	

R: a ação maximin é $\tilde{a} = a_2$!

2011/12M Cândida Mourão10

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA 

Decisão Sem Experiência

Critério de Decisão Probabilístico

Princípio de Decisão Bayes

Informação do decisor sobre os estados da natureza (v.a.) traduzida por uma distribuição de probabilidade – distribuição *a priori*


$$h_\theta(k) = P[\theta = \theta_k] \quad \text{probabilidade } a \text{ priori do estado } \theta_k$$

Princípio de Bayes - ação que maximiza o ganho esperado (**risco de Bayes**), ou seja, a ação correspondente a:

$$\max_{1 \leq i \leq m} \left\{ \sum_{k=1}^n h_\theta(k) p(a_i, \theta_k) \right\} = \max_{1 \leq i \leq m} \{E[p(a_i, \theta)]\}$$

2011/12M Cândida Mourão11

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Decisão Sem Experiência

➤ Determinar a ação Bayes para o exemplo protótipo

$p(a_i, \theta_k)$	θ_1	θ_2	
a_1	700	-100	
a_2	90	90	
$h_\theta(k)$	1/4	3/4	1


$E[p(a_1, \theta)] = \frac{1}{4} \times 700 + \frac{3}{4} \times (-100) = 100$ ←

$E[p(a_2, \theta)] = 90$

$a_h = a_1!$

2011/12
M Cândida Mourão
13

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Decisão Com Experiência

➤ Valerá a pena recorrer a experimentação para diminuir a incerteza?

➤ O **valor esperado da informação perfeita (EVPI)** = valor que o decisor paga para retirar a incerteza, para saber qual dos estados da natureza se irá observar!

➤ a_h = ação Bayes (sem experiência), com ganho esperado $E[p(a_h, \theta)]$


$$EVPI = EP - E[p(a_h, \theta)]$$

com EP = ganho esperado com informação perfeita (IP), logo:

$$EP = \sum_{k=1}^n h_\theta(k) p(\tilde{a}^k, \theta_k)$$

e \tilde{a}^k é a ação a escolher se o estado da natureza é θ_k (melhor ação para θ_k)

2011/12
M Cândida Mourão
14

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA 

Valor Esperado da Informação Perfeita

➤ Valor esperado da Informação Perfeita - EVPI

$p(a_i, \theta_k)$	θ_1	θ_2	
a_1	700	-100	
a_2	90	90	
$h_\theta(k)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1

➤ Se $\theta = \theta_1$ escolho a_1 com ganho 700 $\Rightarrow EP = \frac{1}{4} \times 700 + \frac{3}{4} \times (90) = 242,5$

➤ Se $\theta = \theta_2$ escolho a_2 com ganho 90

$EVPI = 242,5 - 100 = 142,5$

2011/12M Cândida Mourão16

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA 

Decisão Com Experiência


➤ Se realizar uma experiência (diminuir a incerteza) a ação a escolher deve depender do resultado obtido. O decisor deve ter uma função de decisão que o ajude a escolher em função dos resultados da experiência. **Questões:**

- Deve ou não ser feita a experiência ?
- Se optar pela experiência que ação escolher, em função do resultado da experiência ?

➤ Optando pela **função de decisão Bayes**, a ação é escolhida aplicando o princípio de Bayes ao ganho esperado para as probabilidades revistas (*a posteriori*), tendo em conta cada um dos possíveis resultados da experiência e as probabilidades destes resultados!

2011/12M Cândida Mourão17


Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Decisão Com Experiência

Seja:


- S v.a. → informação adicional da experiência
- $h_{\theta}(k)$ as probabilidades *a priori*
- $Q_{S|\theta=\theta_k}(s) = P(S = s|\theta = \theta_k)$ a função de verosimilhança da experiência



a credibilidade da experiência em face de resultados passados
- $P_{\theta S}(\theta_k, s) = P(S = s|\theta = \theta_k) P(\theta = \theta_k)$ é a f.d. conjunta do par aleatório (θ, S)
- $P(S = s) = \sum_{k=1}^n P(S = s|\theta = \theta_k) P(\theta = \theta_k)$ é a f.d. marginal da v.a. S

2011/12
M Cândida Mourão
18


Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Decisão Com Experiência

- **Método:**
 - 1) Calcular as probabilidades *a posteriori*


$$P(\theta = \theta_k|S = s) = \frac{P(S = s|\theta = \theta_k) P(\theta = \theta_k)}{\sum_{k=1}^n [P(S = s|\theta = \theta_k) P(\theta = \theta_k)]}$$



 - As probabilidades *a posteriori* representam a probabilidade de cada estado, condicionada ao resultado da experiência.
 - 2) Para cada resultado possível da experiência, e tendo em conta as probabilidades *a posteriori*, determinar a ação Bayes
 - 3) Calcular o ganho esperado da experiência, tendo em conta a f.d. marginal de S e as ações Bayes para cada resultado possível.
- **Árvores de Decisão** – alternativa!

2011/12
M Cândida Mourão
19

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Decisão Com Experiência - Exemplo

Exemplo Protótipo (continuação – H&L pág. 680)

Considere-se que é possível a elaboração de testes sísmicos ao terreno, para avaliar a possível existência de petróleo no subsolo, a um custo de 30 000 u.m..


Deste teste pode obter-se um de dois resultados: FSS (é provável a existência de petróleo) ou USS (não é provável a existência de petróleo).

Da observação passada em áreas semelhantes sabe-se que: o teste acertou, sempre que existia petróleo, em 60% dos casos; e acertou na não existência de petróleo em 80% dos casos

- Valerá a pena efectuar um teste sísmico?
- Qual a acção que deve ser escolhida para cada um dos resultados do teste?
- Qual o valor esperado do ganho associado à realização do teste?

2011/12M Cândida Mourão20

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Decisão Com Experiência - Exemplo


Determinar a acção Bayes tendo em conta o resultado obtido:

- Calcular as probabilidades *a posteriori* para cada resultado da experiência;
- Identificar a acção Bayes com as probabilidades *a posteriori* de θ_k

$p(a_i, \theta_k)$	θ_1	θ_2	
a_1	700	-100	
a_2	90	90	
Prob <i>a posteriori</i>			1

2011/12M Cândida Mourão21

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Decisão Com Experiência - Exemplo

➤ Se o teste deu como resultado $S='FSS'$

[Excel](#)
(prob. a posteriori)

$p(a_i, \theta_k)$	θ_1	θ_2	
a_1	700	-100	
a_2	90	90	
$P[\theta = \theta_k/S = 'FSS']$	$1/2$	$1/2$	1


$$E[p(a_1, \theta)] = \frac{1}{2} \times 700 + \frac{1}{2} \times (-100) = 300 \quad \leftarrow$$

$$E[p(a_2, \theta)] = 90$$

Se for efectuado o teste e $S='FSS'$, $a_h=a_1!$

2011/12 M Cândida Mourão 23

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Decisão Com Experiência - Exemplo

➤ Se o teste deu como resultado $S='USS'$

[Excel](#)
(prob. a posteriori)

$p(a_i, \theta_k)$	θ_1	θ_2	
a_1	700	-100	
a_2	90	90	
$P[\theta = \theta_k/S = 'USS']$	0,14	0,86	1

$$E[p(a_1, \theta)] = 0,14 \times 700 + 0,86 \times (-100) = 12$$

$$E[p(a_2, \theta)] = 90 \quad \leftarrow$$

Se for efectuado o teste e $S='USS'$, $a_h=a_2!$

2011/12 M Cândida Mourão 25

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

Decisão Com Experiência - Exemplo

➤ Ganho Esperado da Experiência

[Excel](#)
(f.d. marginal de S)

S	FSS	USS
Acção Bayes	a_1	a_2
Ganho Esperado	300	90
$P[S = s]$		

$EVE = 0,3 \times 300 + 0,7 \times (90) - 100 = 53$ (em 1000 u.m.)

R: Vale a pena fazer o teste, que custa 30 000 u.m.!

2011/12
M Cândida Mourão
27

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

Árvores de Decisão

Usam-se quando:

- 1) Existem ações sequenciais no tempo (Experiências,...)
- 2) Estados de natureza com probabilidades associadas distintas

Árvore de Decisão - 2 tipos de nodos:

- Nodos de Decisão** – a escolha do caminho a seguir é do decisor
- Nodos Causais** (ou aleatórios) – a determinação do caminho é em função de acontecimentos que o decisor não controla

Excel / TreePlan

2011/12
M Cândida Mourão
28