Decisão Económica e Empresarial

Sistemas de Apoio à Decisão

Set 2012

100
1911-2011
ANOS

100 ANOS A PENSAR NO FUTURO

Lígia Amado
Gab 505 Quelhas
Telef 213 925 831
Email: lamado@iseg.utl.pt

Hillier, F.S. and G.J. Lieberman,
Introduction to Operations Research,
9th ed., McGraw-Hill, New York, 2010
(8th ed., McGraw-Hill, New York, 2005)

- **Investigação Operacional** (OR) é o nome tradicional da disciplina que utiliza uma abordagem científica aos problemas de gestão que envolvem características quantitativas
- Baseia-se na matemática, nas ciências da computação e nas ciências sociais (economia e gestão)
- Objetivo: apoio à decisão em gestão
- O nome deve-se às equipas de cientistas que durante a II Guerra Mundial faziam **Investigação** para gerir **operações** militares e que começaram a usar estes métodos e técnicas.
- Recentemente esta designação tem sido combinada com Management Science (OR/MS)

CAP 1. Tópicos de Investigação Operacional

§ 1.1. O Modelo de Programação Linear: Introdução

- Programação ---- planeamento
- Linear ---- todas as funções envolvidas são funções lineares

- Em 1947, George Dantzig, que trabalhava então no Pentágono, apresentou à comunidade científica um algoritmo exato (**algoritmo do simplex**) que permitia resolver os problemas de PL.
- Os modelos de PL permitem resolver problemas de afetação de recursos limitados a diferentes atividades competitivas

Ex:

- Produção de diferentes produtos em fábricas com capacidade limitada
- Plantação
- Dieta/alimentação
- Investimento

...

Exemplo Protótipo – Problema da Wyndor Glass Co. (HL, §3.1)

A WYNDOR GLASS CO. fabrica produtos de vidro de alta qualidade, nomeadamente janelas e portas. A empresa tem três fábricas: **F1**, **F2** e **F3**. Em **F1** fabrica-se caixilharia de alumínio. A caixilharia de madeira é feita em **F2**. Em **F3** é produzido o vidro e feita a montagem das portas e janelas.

Tendo-se verificado perdas de rentabilidade, a direcção decidiu reformular a linha de produção. Assim, decidiu interromper a produção de artigos não rentáveis, com vista a libertar capacidade produtiva que permita iniciar o fabrico de um ou dois novos produtos que têm sido procurados.

Um destes novos produtos (**P1**) é uma porta de vidro com caixilharia de alumínio. O outro produto (**P2**) é uma janela com caixilharia de madeira. Estes produtos são fabricados em lotes. O departamento de marketing informou que toda a produção destes novos produtos seria vendida. No entanto, uma vez que a capacidade produtiva tem que ser repartida entre ambos os produtos na fábrica **F3** e não sendo clara a forma mais lucrativa de o fazer, a direcção pediu ao departamento de Investigação Operacional (IO) para estudar a questão.

Após algum trabalho de investigação o departamento de IO determinou:

i) o número de horas máquina (*h.m.*) semanais de cada fábrica disponíveis para a produção dos novos produtos;

ii) o número de *h.m.* semanais de cada fábrica requeridas para produzir cada lote de cada um dos novos produtos;

iii) o lucro por lote produzido que se obtém de cada um dos novos produtos.

Toda esta informação foi resumida na tabela seguinte:

Fábrica	*h.m.* necessárias à produção de um lote de **P1**	**P2**	*h.m.* disponíveis por semana (capacidade disponível)
F1	*1*	*0*	*4*
F2	*0*	*2*	*12*
F3	*3*	*2*	*18*
Lucro por lote produzido (*u.m.*)	*3*	*5*	

A direcção da empresa pretende saber o número de lotes de portas e janelas a produzir por semana, de forma a maximizar o lucro, não excedendo as capacidades disponíveis das três fábricas.

a) Formalize e resolva o problema.

Formalização em PL

1. Definir as variáveis de decisão
   (1 por cada decisão a tomar)

2. Objetivo e função objetivo

3. Restrições funcionais
   (por ter recursos limitados ou
   valores mínimos/máximos a atingir ou
   relações entre as decisões ou ...)

4. Restrições de sinal

TPC:

- Formalizar o problema *Profit & Gambit*
- Ler §3.4 do livro, tentando formalizar sozinho antes de ver a resolução

  (começar por *Regional Planning* e

  Personnel Scheduling)

Modelo de PL: forma standard

$$Max \quad z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad \text{função objetivo}$$

$$s.a \quad \left\{ \begin{array}{ll} \left.\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1,\ldots,m \right\} & \text{restrições funcionais} \\ \left. x_j \geq 0, \quad j = 1,\ldots,n \right\} & \text{restrições de sinal} \end{array} \right.$$

Modelo geral de PL

$$Max\ \ (Min)\ \ z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$s.a \quad \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{ll} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, & i = 1, \ldots, m_1 \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i, & i = m_1 + 1, \ldots, m_2 \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, & i = m_2 + 1, \ldots, m \end{array} \right\} restrições\ \ funcionais \\ \left. \begin{array}{ll} x_j \ge 0, & j = 1, \ldots, n_1 \\ x_j \le 0, & j = n_1 + 1, \ldots, n_2 \\ x_j\ livre, & j = n_2 + 1, \ldots, n \end{array} \right\} restrições\ \ de\ \ sinal \end{array} \right.$$

Parâmetros do modelo:

- **coeficientes** das variáveis **na fç objetivo**, ***cj*,**
- coeficientes técnicos ou **coeficientes** das variáveis **nas restrições**, ***aij***,
- **2ºs membros** das restrições, ***bi,*** ou termos independentes

Definições

solução: qualquer atribuição de valores às variáveis

solução admissível (s.a.): solução que satisfaz todas as restrições (incluindo as de sinal)

solução não admissível (s.n.a.): solução que não satisfaz pelo menos uma das restrições

região admissível (RA): conjunto de todas as soluções admissíveis

solução ótima (s.o., x^*): qualquer s.a. que origine o melhor valor da função objetivo (se houver mais do que uma diz-se que o problema tem soluções ótimas alternativas)

valor ótimo (v.o., z^*): melhor valor da função objetivo, na região admissível
(ou seja, valor que a f.o. toma numa s.o.)

restrição saturada: Dada uma solução, uma restrição diz-se saturada (nessa solução) se é verificada como igualdade

Resolução gráfica de problemas de PL

1. Desenhar os eixos e as restrições de sinal

2. Representar, uma a uma, todas as restrições funcionais

   (obtendo-se assim a R.A.)

3. Desenhar curvas de nível da função objetivo e obter x^* e z^* .

T.P.C: Exemplo Protótipo – Problema da Wyndor Glass Co. (HL, §3.1)

b) Considerando o mesmo conjunto de soluções admissíveis determine o conjunto de soluções ótimas (e o respetivo valor ótimo) se se pretender:

b1) max z=5x1+x2 **b2)** max z=6x1+4x2 **b3)** min z=-x1+x2
b4) min z=x1-x2 **b5)** max z=x1-x2 **b6)** max z=3x1

c) A direcção da empresa pretende saber quais as consequências de ser exigido um lucro mínimo de *50 u.m.*.

d) Resolva o problema inicial, mas supondo que as fábricas **F2** e **F3** têm capacidade ilimitada. Repita **b4** a **b6** com esta nova região admissível.

e) Considere que as *18 h.m.* semanais disponíveis em **F3** têm que ser todas usadas. Mantendo as restantes condições iniciais, indique, justificando, qual a região admissível e a respetiva solução ótima.

f) Resolva o problema inicial considerando que o número de janelas a produzir não pode ser inferior ao de portas.

Propriedades dos problemas de PL:

1. Qualquer problema de PL pode ser escrito na Forma Standard.

2. A região admissível dum problema de PL é um conjunto convexo.

3.Se a região admissível dum problema de PL for não vazia e limitada, então existe solução ótima.

4. Se um problema de PL tiver solução ótima, então pelo menos um dos pontos extremos (vértices) da região admissível é solução ótima.

Hipóteses fundamentais de PL

H1) Proporcionalidade: a contribuição de cada atividade para o valor da função objetivo, bem como para o primeiro membro das restrições, é proporcional ao nível da atividade

(a contribuição de cada variável para o valor da função objetivo, bem como para o primeiro membro das restrições, é proporcional ao valor da variável)

H2) Aditividade: a contribuição de cada atividade para o valor da função objetivo, bem como para o primeiro membro das restrições, é independente da contribuição das restantes

H3) Divisibilidade: cada variável pode tomar qualquer valor

H4) Certeza: todos os valores dos parâmetros são conhecidos