

Cap. 1 – Exemplos

1. Considere o seguinte problema de PL em que se pretendeu determinar as unidades a produzir de dois artigos (**P1** e **P2**), maximizando o lucro mensal total (em *u.m.*).

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 2x_1 + 4x_2 \\ \text{s. a: } &\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 & \text{capacidade da secção de fabrico (em h. m.)} \\ 2x_1 + 8x_2 \leq 32 & \text{capacidade da secção de embalagem (em h. m.)} \\ x_1 - x_2 \geq 2 & \text{imposição de mercado} \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- a) Mostre que esta formulação verifica as hipóteses da PL.
- b) Explique o significado de cada termo de cada uma das funções escritas.
- c) Com base na resolução gráfica do problema interprete economicamente a solução ótima primal (variáveis principais e desvio)
- d) Escreva o problema dual do problema dado e escreva as relações de complementaridade para o par de problemas duais.
- e) Resolva o problema dado pelo *Excel/Solver*
- d.1)** Escreva e interprete economicamente a solução ótima do problema dual.
- d.2)** Justifique por que valor seria vantajoso o contrato da *h. m.* extra na secção de fabrico, e quantas *h.m.* contrataria, no máximo.
- d.3)** Indique, justificando, um valor para o lucro unitário do segundo produto (**P2**) que provocaria alterações no actual plano ótimo.
2. Um empresário reparte o tempo de trabalho entre as suas duas empresas, A e B. O gerente da empresa A, ex-colega do curso de gestão do ISEG, ao planear o dia seguinte, verificou que necessitava da presença do empresário pelo menos 5 horas. De acordo com a agenda e preferências do empresário, resolveu formular o problema de PL seguinte, onde x_i representa o tempo (em horas) que o empresário deverá trabalhar na empresa $i=A,B$.

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 5x_A + 4x_B \\ \text{s. a: } &\begin{cases} x_A + x_B \leq 15 \\ x_A \geq 5 \\ x_B \geq 3 \\ 2x_A - x_B \leq 0 \\ x_A, x_B \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

A função objectivo traduz a utilidade atribuída às horas de trabalho do empresário. Resolva o problema pelo *Solver/Excel* e responda às seguintes questões.

- a) Escreva e interprete a solução do problema primal e a do problema dual.
- b) Da agenda do empresário para o dia seguinte consta um almoço de negócios com duração de uma hora. Admitindo que atribui uma utilidade de 6 à sua presença nesse encontro, aconselharia a desmarcação do almoço de modo a ficar com 16 horas para trabalhar nas empresas A e B, em vez das actuais 15?
- c) Considere que as horas de trabalho na empresa B não têm qualquer utilidade e identifique o tempo que deve então ser atribuído a cada uma das empresas, bem como a utilidade total resultante da solução.

O empresário insiste em trabalhar não mais do que 10 horas no dia seguinte, e assume que o trabalho previsto para a empresa A pode ser resolvido com apenas 4 horas. Lembrando-se também da disciplina de IO resolveu, numa primeira abordagem, reformular o problema do seguinte modo

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 5x_A + 4x_B \\ \text{s. a: } &\begin{cases} x_A + x_B \leq 10 \\ x_A \geq 4 \\ x_B \geq 3 \\ 2x_A - x_B \leq 0 \\ x_A, x_B \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- d) Resolva graficamente o problema dado e comente o resultado obtido.
- e) Escreva o dual e verifique que $y_1 = 5, y_2 = y_3 = y_4 = 0$ é uma sua solução admissível.
- f) Com base nos resultados das alíneas anteriores conclua sobre a solução ótima do dual.