

Gestão

Sistemas de Apoio à Decisão


Cap. 1



Instituto Superior
de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
DESDE 1911

Complementos de PL

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA




OBJETIVOS

- Formular problemas em PL
- Identificar problemas que podem ser resolvidos por PL
- Resolver problemas de PL: Solver/Excel; Graficamente
- Interpretar/Validar soluções

2

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Complementos de PL

Modelo de PL na forma *standard*

Dados do problema:

- c_j **coeficiente** da j -ésima variável de decisão **na função objetivo**
- b_i **segundo membro** ou **termo independente (TI)** da i -ésima restrição funcional;
- a_{ij} **coeficiente técnico** da j -ésima variável de decisão na i -ésima restrição funcional

Variáveis de decisão: x_j ($j=1, \dots, n$)


$$Z^* = \text{Max } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad \text{Função objetivo (FO)}$$

s.a.:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i & i = 1, 2, \dots, m \quad \text{Restrições funcionais} \\ x_j \geq 0 & j = 1, 2, \dots, n \quad \text{Restrições de sinal} \end{cases}$$

3

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Complementos de PL

Definições

- Solução** de um PL - vetor de \mathbb{R}^n cujas componentes representam os valores das variáveis de decisão
- Solução Admissível (SA)** - solução que satisfaça todas as restrições (funcionais e de sinal)
- Solução não admissível (SNA)** - solução que não verifica pelo menos uma das restrições
- Região admissível (RA)** - conjunto de todas as soluções admissíveis
- Solução ótima (SO)** - uma solução admissível que origina o melhor valor para a função objetivo (FO)
- Soluções ótimas alternativas** - diferentes soluções ótimas de um mesmo problema, caso existam
- Valor ótimo** - valor da função objetivo numa solução ótima
- Restrição saturada** numa solução de um problema de PL quando esta a verifica na igualdade

4

Complementos de PL

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Hipóteses da PL

Proporcionalidade: A contribuição de cada atividade (j) para o valor da função objetivo e primeiro membro das restrições é proporcional ao nível da atividade

Aditividade: Os valores da função objetivo e do primeiro membro das restrições obtêm-se por soma das contribuições individuais das várias atividades.

Divisibilidade: As variáveis assumem valores em intervalos reais

Certeza: Todos os parâmetros são constantes reais conhecidas

5

Complementos de PL

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Propriedades

Propriedade 1: A RA de um problema de PL ou é um conjunto vazio ou é um conjunto convexo

Propriedade 2: Se a RA de um problema de PL é não vazia e limitada, então existe solução ótima

Propriedade 3: Se um problema de PL tem ótimo, então pelo menos um dos pontos extremos da RA é solução ótima

Propriedade 4: Dado um problema de PL com ótimo, se um ponto extremo da região admissível não tem pontos extremos adjacentes com melhor valor para a função objetivo, então esse ponto extremo é solução ótima

6



Resolução Gráfica

Resolução Gráfica - 2 Variáveis de Decisão

1) RA = interseção dos semiplanos definidos por todas as restrições de sinal e funcionais do PL

2) Se RA = {} o problema é impossível

3) Se RA $\neq \{\}$ identificar, caso exista, o(s) ponto(s) ótimo(s):

Representar uma reta de nível da FO (atribuindo um valor arbitrário a Z) e identificar o sentido de otimização

Identificar o(s) ponto(s) da RA a que corresponde o melhor valor de Z (ou seja, identificar as SO), ou concluir que o problema tem valor ótimo ilimitado (não tem solução ótima).

7



Resolução no Solver

Dados

	A	B	C	D	E	F
1	Exemplo 1					Disponibilidades/ Exigências
2		P1	P2			
3	Secção de Fabrico (h.m.)	1	1	0	<=	10
4	Secção de Embalagem (h.m)	2	8	0	<=	32
5	Imposição de mercado	1	-1	0	>=	2
6	lucro (u.m.)	2	4	0		
7	Unidades a produzir de	0	0			

	D
3	=SUMPRODUCT(B3:C3;\$B\$7:\$C\$7)
4	=SUMPRODUCT(B4:C4;\$B\$7:\$C\$7)
5	=SUMPRODUCT(B5:C5;\$B\$7:\$C\$7)
6	=SUMPRODUCT(B6:C6;\$B\$7:\$C\$7)

Valores Iniciais

8

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

Resolução no Solver

	P1	P2			Disponibilidades/ Exigências
Exemplo 1					
Secção de Fabrico (h.m.)	1	1	0	<=	10
Secção de Embalagem (h.m)	2	8	0	<=	32
Imposição de mercado	1	-1	0	>=	2
lucro (u.m.)	2	4	0		
Unidades a produzir de	0	0			


9

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

Resolução no Solver

10

Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver

	A	B	C	D	E	F
1	Exemplo 1					Disponibilidades/ Exigências
2		P1	P2			
3	Secção de Fabrico (h.m.)	1	1	10	<=	10
4	Secção de Embalagem (h.m)	2	8	32	<=	32
5	Imposição de mercado	1	-1	6	>=	2
6	lucro (u.m.)	2	4	24		
7	Unidades a produzir de	8	2			

Solver Results

Solver found a solution. All Constraints and optimality conditions are satisfied.

Keep Solver Solution

 Reports
 Answer
 Sensitivity
 Limits


Restore Original Values

 Return to Solver Parameters Dialog
 Outline Reports

Solver found a solution. All Constraints and optimality conditions are satisfied.
 When the GRG engine is used, Solver has found at least a local optimal solution. When Simplex LP is used, this means Solver has found a global optimal solution.

11

Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA




Resolução no Solver

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Microsoft Excel 14.0 Answer Report											
2	Worksheet: [ex1_PL.xls]ex1											
3	Report Created: 08-02-2012 11:50:32											
4	Result: Solver found a solution. All Constraints and optimality conditions are satisfied.											
5	Solver Engine											
6	Engine: Simplex LP											
7	Solution Time: 0 Seconds.											
8	Iterations: 3 Subproblems: 0											
9	Solver Options											
10	Max Time 100 sec, Iterations 100, Precision 0,000001											
11	Max Subproblems Unlimited, Max Integer Sols Unlimited, Integer Tolerance 5%, Solve Without Integer Constraints, Assume NonNegative											
12												
13												
14	Objective Cell (Max)											
15		Cell	Name	Original Value	Final Value							
16		\$D\$6	lucro (u.m.)	0	24							
17												
18												
19	Variable Cells											
20		Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer						
21		\$B\$7	Unidades a produzir de P1	0	8	Contin						
22		\$C\$7	Unidades a produzir de P2	0	2	Contin						
23												
24												
25	Constraints											
26		Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack					
27		\$D\$3	Secção de Fabrico (h.m.)	10	\$D\$3<=\$F\$3	Binding	0					
28		\$D\$4	Secção de Embalagem (h.m)	32	\$D\$4<=\$F\$4	Binding	0					
29		\$D\$5	Imposição de mercado	6	\$D\$5>=\$F\$5	Not Binding	4					
30												

12

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA




Resolução no Solver

	A	B	C	D	E	F	G	H																												
1	Microsoft Excel 14.0 Sensitivity Report																																			
2	Worksheet: [ex1_PL.xls]ex1																																			
3	Report Created: 08-02-2012 11:50:32																																			
4																																				
5																																				
6	Variable Cells																																			
7	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Cell</th> <th>Name</th> <th>Final Value</th> <th>Reduced Cost</th> <th>Objective Coefficient</th> <th>Allowable Increase</th> <th>Allowable Decrease</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\$B\$7</td> <td>Unidades a produzir de P1</td> <td>8</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>\$C\$7</td> <td>Unidades a produzir de P2</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>								Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease	\$B\$7	Unidades a produzir de P1	8	0	2	2	1	\$C\$7	Unidades a produzir de P2	2	0	4	4	2							
Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease																														
\$B\$7	Unidades a produzir de P1	8	0	2	2	1																														
\$C\$7	Unidades a produzir de P2	2	0	4	4	2																														
11																																				
12	Constraints																																			
13	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Cell</th> <th>Name</th> <th>Final Value</th> <th>Shadow Price</th> <th>Constraint R.H. Side</th> <th>Allowable Increase</th> <th>Allowable Decrease</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>\$D\$3</td> <td>Secção de Fabrico (h.m.)</td> <td>10</td> <td>1,333333333</td> <td>10</td> <td>6</td> <td>2,4</td> </tr> <tr> <td>\$D\$4</td> <td>Secção de Embalagem (h.m)</td> <td>32</td> <td>0,333333333</td> <td>32</td> <td>12</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>\$D\$5</td> <td>Imposição de mercado</td> <td>6</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>1E+30</td> </tr> </tbody> </table>								Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease	\$D\$3	Secção de Fabrico (h.m.)	10	1,333333333	10	6	2,4	\$D\$4	Secção de Embalagem (h.m)	32	0,333333333	32	12	12	\$D\$5	Imposição de mercado	6	0	2	4	1E+30
Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease																														
\$D\$3	Secção de Fabrico (h.m.)	10	1,333333333	10	6	2,4																														
\$D\$4	Secção de Embalagem (h.m)	32	0,333333333	32	12	12																														
\$D\$5	Imposição de mercado	6	0	2	4	1E+30																														
17																																				

13

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver - 2003



Solver Parameters

Set Target Cell: \$E\$6

Equal To: Max Min Value of: 0

By Changing Variable Cells: \$C\$7:\$D\$7

Subject to the Constraints:

- \$E\$3 <= \$G\$3
- \$E\$4 <= \$G\$4
- \$E\$5 <= \$G\$5

Solve

Options

Premium

Reset All

Help



Solver Options

Max Time: 100 seconds

Iterations: 100

Precision: 0,000001

Tolerance: 5 %

Convergence: 0,001

Assume Linear Model Use Automatic Scaling

Assume Non-Negative Show Iteration Results


Estimates: Tangent Quadratic

Derivatives: Forward Central

Search: Newton Conjugate

14

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver – 2003

	A	B	C	D	E	F	G
2			de portas	de janelas			Disponibilidades
3		h-m de F1	1	0	2	≤	4
4		h-m de F2	0	2	12	≤	12
5		h-m de F3	3	2	18	≤	18
6		Lucro	3	5	36		
7		Nº de lotes	2	6			
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							

Solver Results


Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied.

Reports

- Answer
- Sensitivity
- Limits

15

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver – 2003

Microsoft Excel 10.0 Answer Report
Worksheet: [ex_prototipo.xls]Ex. Protótipo
Report Created: 30-09-2009 11:40:41

Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$E\$6	Lucro	0	36

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$C\$7	Nº de lotes de portas	0	2
\$D\$7	Nº de lotes de janelas	0	6

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$E\$3	h-m de F1	2	\$E\$3<=\$G\$3	Not Binding	2
\$E\$4	h-m de F2	12	\$E\$4<=\$G\$4	Binding	0
\$E\$5	h-m de F3	18	\$E\$5<=\$G\$5	Binding	0

16