

Gestão

Sistemas de Apoio à Decisão

Cap. 1



Instituto Superior
de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
DESDE 1911

Complementos de PL

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



OBJETIVOS

- Formular problemas em PL
- Identificar problemas que podem ser resolvidos por PL
- Resolver problemas de PL: Solver/Excel; Graficamente
- Interpretar/Validar soluções

2

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Complementos de PL

Modelo de PL na forma *standard*

Dados do problema:

- c_j **coeficiente** da j -ésima variável de decisão **na função objetivo**
- b_i **segundo membro** ou **termo independente (TI)** da i -ésima restrição funcional;
- a_{ij} **coeficiente técnico** da j -ésima variável de decisão na i -ésima restrição funcional

Variáveis de decisão: x_j ($j=1, \dots, n$)

$$Z^* = \text{Max } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad \text{Função objetivo (FO)}$$

s.a.:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i & i = 1, 2, \dots, m \quad \text{Restrições funcionais} \\ x_j \geq 0 & j = 1, 2, \dots, n \quad \text{Restrições de sinal} \end{cases}$$

3

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Complementos de PL

Definições

- Solução** de um PL - vetor de \mathbb{R}^n cujas componentes representam os valores das variáveis de decisão
- Solução Admissível (SA)** - solução que satisfaça todas as restrições (funcionais e de sinal)
- Solução não admissível (SNA)** - solução que não verifica pelo menos uma das restrições
- Região admissível (RA)** - conjunto de todas as soluções admissíveis
- Solução ótima (SO)** - uma solução admissível que origina o melhor valor para a função objetivo (FO)
- Soluções ótimas alternativas** - diferentes soluções ótimas de um mesmo problema, caso existam
- Valor ótimo** - valor da função objetivo numa solução ótima
- Restrição saturada** numa solução de um problema de PL quando esta a verifica na igualdade

4

Complementos de PL

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Hipóteses da PL

Proporcionalidade: A contribuição de cada atividade (j) para o valor da função objetivo e primeiro membro das restrições é proporcional ao nível da atividade

Aditividade: Os valores da função objetivo e do primeiro membro das restrições obtêm-se por soma das contribuições individuais das várias atividades.

Divisibilidade: As variáveis assumem valores em intervalos reais

Certeza: Todos os parâmetros são constantes reais conhecidas

5

Complementos de PL

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Propriedades

Propriedade 1: A RA de um problema de PL ou é um conjunto vazio ou é um conjunto convexo

Propriedade 2: Se a RA de um problema de PL é não vazia e limitada, então existe solução ótima

Propriedade 3: Se um problema de PL tem ótimo, então pelo menos um dos pontos extremos da RA é solução ótima

Propriedade 4: Dado um problema de PL com ótimo, se um ponto extremo da região admissível não tem pontos extremos adjacentes com melhor valor para a função objetivo, então esse ponto extremo é solução ótima

6

Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução Gráfica

Resolução Gráfica - 2 Variáveis de Decisão

- 1) RA = interseção dos semiplanos definidos por todas as restrições de sinal e funcionais do PL
- 2) Se RA = {} o problema é impossível
- 3) Se RA ≠ {} identificar, caso exista, o(s) ponto(s) ótimo(s):
 - Representar uma reta de nível da FO (atribuindo um valor arbitrário a Z) e identificar o sentido de otimização
 - Identificar o(s) ponto(s) da RA a que corresponde o melhor valor de Z (ou seja, identificar as SO), ou concluir que o problema tem valor ótimo ilimitado (não tem solução ótima).

7

Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver

Exemplo 1		P1	P2		Disponibilidades/ Exigências
Secção de Fabrico (h.m.)	1	1	0	<=	10
Secção de Embalagem (h.m)	2	8	0	<=	32
Imposição de mercado	1	-1	0	>=	2
lucro (u.m.)	2	4	0		
Unidades a produzir de	0	0			

Valores Iniciais

	D
3	=SUMPRODUCT(B3:C3;\$B\$7:\$C\$7)
4	=SUMPRODUCT(B4:C4;\$B\$7:\$C\$7)
5	=SUMPRODUCT(B5:C5;\$B\$7:\$C\$7)
6	=SUMPRODUCT(B6:C6;\$B\$7:\$C\$7)

8

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver

	P1	P2			Disponibilidades/ Exigências
3 Secção de Fabrico (h.m.)	1	1	0	<=	10
4 Secção de Embalagem (h.m)	2	8	0	<=	32
5 Imposição de mercado	1	-1	0	>=	2
6 lucro (u.m.)	2	4	0		
7 Unidades a produzir de	0	0			

Solver Parameters

Set Objective:

To: Max Min Value Of: 0

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

Add Constraint

Cell Reference:

9

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver

Solver Parameters

Set Objective:

To: Max Min Value Of: 0

By Changing Variable Cells:

Subject to the Constraints:

Make Unconstrained Variables Non-Negative

Select a Solving Method:

Solving Method
Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.

10

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver

	A	B	C	D	E	F
1	Exemplo 1					Disponibilidades/ Exigências
2		P1	P2			
3	Secção de Fabrico (h.m.)	1	1	10	<=	10
4	Secção de Embalagem (h.m)	2	8	32	<=	32
5	Imposição de mercado	1	-1	6	>=	2
6	lucro (u.m.)	2	4	24		
7	Unidades a produzir de	8	2			

Solver Results

Solver found a solution. All Constraints and optimality conditions are satisfied.

Keep Solver Solution

 Reports
 Answer
 Sensitivity
 Limits

Restore Original Values

Return to Solver Parameters Dialog Outline Reports

Solver found a solution. All Constraints and optimality conditions are satisfied.
 When the GRG engine is used, Solver has found at least a local optimal solution. When Simplex LP is used, this means Solver has found a global optimal solution.

11

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Microsoft Excel 14.0 Answer Report											
2	Worksheet: [ex1_PL.xls]ex1											
3	Report Created: 08-02-2012 11:50:32											
4	Result: Solver found a solution. All Constraints and optimality conditions are satisfied.											
5	Solver Engine											
6	Engine: Simplex LP											
7	Solution Time: 0 Seconds.											
8	Iterations: 3 Subproblems: 0											
9	Solver Options											
10	Max Time 100 sec, Iterations 100, Precision 0,000001											
11	Max Subproblems Unlimited, Max Integer Sols Unlimited, Integer Tolerance 5%, Solve Without Integer Constraints, Assume NonNegative											
12												
13												
14	Objective Cell (Max)											
15		Cell	Name	Original Value	Final Value							
16		\$D\$6	lucro (u.m.)	0	24							
17												
18												
19	Variable Cells											
20		Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer						
21		\$B\$7	Unidades a produzir de P1	0	8	Contin						
22		\$C\$7	Unidades a produzir de P2	0	2	Contin						
23												
24												
25	Constraints											
26		Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack					
27		\$D\$3	Secção de Fabrico (h.m.)	10	\$D\$3<=\$F\$3	Binding	0					
28		\$D\$4	Secção de Embalagem (h.m)	32	\$D\$4<=\$F\$4	Binding	0					
29		\$D\$5	Imposição de mercado	6	\$D\$5>=\$F\$5	Not Binding	4					
30												

12

Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver

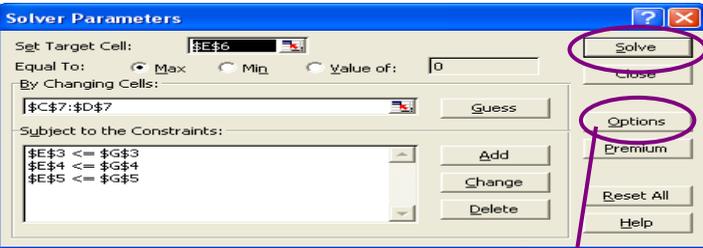
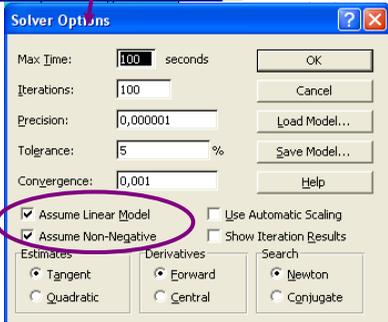
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Microsoft Excel 14.0 Sensitivity Report							
2	Worksheet: [ex1_PL.xls]ex1							
3	Report Created: 08-02-2012 11:50:32							
4								
5								
6	Variable Cells							
7								
8	Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease	
9	\$B\$7	Unidades a produzir de P1	8	0	2	2	1	
10	\$C\$7	Unidades a produzir de P2	2	0	4	4	2	
11								
12	Constraints							
13								
14	Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease	
15	\$D\$3	Secção de Fabrico (h.m.)	10	1,333333333	10	6	2,4	
16	\$D\$4	Secção de Embalagem (h.m)	32	0,333333333	32	12	12	
17	\$D\$5	Imposição de mercado	6	0	2	4	1E+30	

13

Instituto Superior de Economia e Gestão
 UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver - 2003

14

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver – 2003

	A	B	C	D	E	F	G
2			de portas	de janelas			Disponibilidades
3		h-m de F1	1	0	2	≤	4
4		h-m de F2	0	2	12	≤	12
5		h-m de F3	3	2	18	≤	18
6		Lucro	3	5	36		
7		Nº de lotes	2	6			
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							

Solver Results

Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied.

Reports

- Answer
- Sensitivity
- Limits

OK Cancel Save Scenario... Help

15

Instituto Superior de Economia e Gestão
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA



Resolução no Solver – 2003

Microsoft Excel 10.0 Answer Report
Worksheet: [ex_prototipo.xls]Ex. Protótipo
Report Created: 30-09-2009 11:40:41

Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$E\$6	Lucro	0	36

Adjustable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$C\$7	Nº de lotes de portas	0	2
\$D\$7	Nº de lotes de janelas	0	6

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$E\$3	h-m de F1	2	\$E\$3<=\$G\$3	Not Binding	2
\$E\$4	h-m de F2	12	\$E\$4<=\$G\$4	Binding	0
\$E\$5	h-m de F3	18	\$E\$5<=\$G\$5	Binding	0

16