

Instruções:

1. Verifique se o seu telemóvel está desligado. Ter o telemóvel ligado durante a prova é motivo para anulação da mesma.
2. **Formalize e fundamente** as suas respostas.
3. Se tiver alguma dúvida sobre o enunciado de alguma questão deve apresentá-la por escrito para que possa, eventualmente, ser tomada em consideração na correção.
4. Caso não seja dito nada em contrário utilize uma dimensão de 5% nos testes estatísticos que efectuar.

1. Afirma-se que, para pelo menos 80% dos portugueses, 2013 não será ainda o ano em que Portugal iniciará a recuperação económica. Dos 300 indivíduos entrevistados no mês de Novembro de 2012, 234 manifestaram pessimismo quanto à retoma no próximo ano.

(20) a) Com base num teste adequado diga se concorda com essa afirmação.

(20) b) Calcule a probabilidade de cometer um erro quando apenas 75% dos portugueses não acredita na recuperação económica em 2013.

2. Admita que o peso em gramas dos pequenos pacotes de açúcar fornecidos pela empresa DoceLda segue uma distribuição normal de variância igual a 4. Foram seleccionados 25 pacotes tendo-se obtido um peso total de 195 gramas.

(20) a) A empresa garante que o peso médio dos pacotes de açúcar que fornece se situa entre os 7.02 e os 8.5 gramas. Qual a confiança que pode atribuir a essa afirmação?

(20) b) A empresa fornece também pacotes de 1 quilo de açúcar branco, de açúcar amarelo e de açúcar mascavado. Para testar se a resistência da embalagem depende do tipo de açúcar foram analisados 1000 pacotes tendo-se obtido os seguintes resultados:

Embalagem \ Tipo de açúcar	branco	amarelo	mascavado
muito resistente	570	145	85
pouco resistente	130	55	15

O que pode concluir ao nível de 5%?

(20) 3. Seja X uma variável aleatória com função de probabilidade,

$$f(x, \theta) = \theta(1 - \theta)^{x-1}, \quad x = 1, 2, \dots, \quad 0 < \theta < 1; \quad E(X) = \frac{1}{\theta}$$

Com base numa amostra aleatória de dimensão n , determine o estimador de máxima verosimilhança para $E(X)$.

v.s.f.f.

4. Para analisar o comportamento das vendas (*vendas*) das lojas de informática com base na superfície (*sup*) da loja, em metros quadrados, e na distância (*dist*), em quilómetros, até à loja mais próxima foi especificado o seguinte modelo:

$$lvendas = \beta_0 + \beta_1 ldist + \beta_2 sup + \beta_3 sup^2 + u$$

Os resultados obtidos utilizando o método dos mínimos quadrados encontram-se no **Anexo**, onde o prefixo *l* representa o logaritmo, $sup2 = sup^2$ e *fitted* é a série dos valores ajustados da equação 1.

- (15) a) Supondo satisfeitas as hipóteses clássicas, teste a significância estatística do parâmetro β_1 e interprete a sua estimativa.
- (20) b) A superfície da loja é relevante para explicar as vendas? Justifique a sua resposta com base num teste adequado, supondo que se verificam as hipóteses clássicas.
- (15) c) Admita que pretende abrir uma nova loja. Que superfície consideraria ideal? Justifique.
- (15) d) O valor-p associado à estatística (com distribuição do Qui-Quadrado) do teste de White simplificado, é igual a 0.063. O que pode concluir ao nível de 5%? Justifique a sua resposta formalizando devidamente o teste.
- (20) e) Explique o objectivo da estimação da equação 3 e retire a conclusão que achar adequada.
- (15) 5. Admita que o modelo $y_i = \beta x_i + u_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, verifica as hipóteses de Gauss-Markov. Considere o seguinte estimador para o parâmetro β :

$$\tilde{\beta} = \frac{x_n y_n - x_1 y_1}{x_n^2 - x_1^2}, \quad x_1 \neq x_n$$

Mostre que $\tilde{\beta}$ é um estimador centrado de β .

Anexo

Equação 1

Dependent Variable: LVENDAS

Method: Least Squares

Included observations: 321

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.803657	0.377731	15.36453	0.0000
LDIST	0.090120	0.021675	4.157867	0.0000
SUP	0.666492	0.057535	11.58404	0.0000
SUP2	-0.004583	0.000499	-9.181315	0.0000
R-squared	0.568014	Mean dependent var	11.37812	
Adjusted R-squared	0.563926	S.D. dependent var	0.438174	
S.E. of regression	0.289352	Akaike info criterion	0.370040	
Sum squared resid	26.54076	Schwarz criterion	0.417036	
F-statistic	138.9403	Prob(F-statistic)	0.000000	

Equação 2

Dependent Variable: LVENDAS

Method: Least Squares

Included observations: 321

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.798519	0.157395	62.25447	0.0000
LDIST	0.239854	0.023680	10.12915	0.0000
R-squared	0.243358	Mean dependent var	11.37812	
S.E. of regression	0.381744	Akaike info criterion	0.918077	
Sum squared resid	46.48732	Schwarz criterion	0.941575	
F-statistic	102.5997	Prob(F-statistic)	0.000000	

Equação 3

Dependent Variable: LVENDAS

Method: Least Squares

Included observations: 321

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.605652	0.585431	7.867111	0.0000
LDIST	-0.613654	0.265377	-2.312383	0.0214
SUP	-4.586770	1.975215	-2.322162	0.0209
SUP2	0.031272	0.013485	2.319060	0.0210
FITTED^2	0.348053	0.130813	2.660697	0.0082
R-squared	0.577480	Mean dependent var	11.37812	
Adjusted R-squared	0.572132	S.D. dependent var	0.438174	
S.E. of regression	0.286617	Akaike info criterion	0.354115	
Sum squared resid	25.95920	Schwarz criterion	0.412860	
F-statistic	107.9734	Prob(F-statistic)	0.000000	