

# Instituto Superior de Economia e Gestão - UTL

## Licenciaturas em Economia e Finanças

### Estatística II – ER 26 de Junho de 2012

Duração: 2 horas

#### Instruções:

1. Verifique se o seu telemóvel está desligado. Ter o telemóvel ligado durante a prova **é motivo para anulação** da mesma.
2. **Formalize e fundamente** as suas respostas.
3. Se tiver alguma dúvida sobre o enunciado de alguma questão deve apresentá-la por escrito para que possa, eventualmente, ser tomada em consideração na correção.
4. Caso não seja dito nada em contrário utilize uma dimensão de 5% nos testes estatísticos que efectuar.
5. Responda à questão 5 em **folha separada** das questões anteriores.

- (20) 1. Com o objetivo de analisar a implantação de 3 grandes cadeias de supermercados em função da região do país (Norte ou Sul), recolheu-se uma amostra de 1000 consumidores, registando-se os seguintes resultados:

Cadeia de super. Região	I	II	III
Norte	185	165	100
Sul	165	250	135

Perante estes dados, será possível afirmar que a escolha da cadeia de supermercado é independente da região onde o consumidor habita? Justifique através de um teste de hipóteses adequado.

2. Com o objetivo de fazer inferência sobre a média da faturação diária da cadeia I de supermercados observou-se a respetiva faturação para 50 dias escolhidos aleatoriamente tendo-se obtido uma média de 337 u.m. com um desvio padrão corrigido de 83.5 u.m..
- (20) a) O analista destes dados, depois de calcular um intervalo de confiança habitual, afirma que com uma certa confiança a faturação média nunca será inferior a 306.58. Calcule o nível aproximado de confiança que torna válida esta afirmação e verifique se, para este nível de confiança, a cadeia de supermercados pode esperar ter uma faturação média igual a 400.
- (20) b) A cadeia II de supermercados assume-se como sendo a que mais fatura em média no mercado ao apresentar resultados correspondentes à observação de uma amostra casual de 65 dias em que registou uma faturação média de 362 u.m. com o valor de 97.1 para o desvio padrão corrigido. Verifique, através de um teste de hipóteses adequado se, relativamente à cadeia I, a cadeia II tem razão no que afirma.
- (20) 3. Suponha que o tempo de espera em minutos de um cliente na caixa de um supermercado tem distribuição exponencial de parâmetro desconhecido. O gerente tem que programar a abertura de caixas para que em média os seus clientes não esperem mais do que 10 minutos. Se em 12 clientes escolhidos aleatoriamente o tempo total de espera for superior a 166 minutos o gerente conclui que o seu objetivo não está satisfeito, optando por abrir mais caixas. Tendo sido observados os seguintes tempos de espera (em minutos): (25, 6, 7, 8, 8, 21, 8, 15, 8, 17, 20, 24), aconselharia o gerente a abrir mais caixas? Justifique, e calcule a probabilidade de estar a tomar uma decisão errada.

- (20) 4. Seja  $(X_1, \dots, X_n)$  uma amostra casual retirada de uma população com função de densidade de probabilidade dada por

$$f(x|\theta) = \frac{x^2}{2} \theta^3 \exp(-\theta x) \quad x > 0, \theta > 0, \text{ com } E(X) = \frac{\theta}{3}$$

Calcule o estimador da Máxima Verosimilhança para  $\theta$  e compare com o estimador obtido pelo Método dos Momentos.

5. Para explicar a poupança das famílias, um investigador especificou o seguinte modelo,

$$SAV = \beta_0 + \beta_1 INC + \beta_2 SIZE + u,$$

onde  $SAV$ ,  $INC$  e  $SIZE$  são, respetivamente, a poupança da família em dólares, o seu rendimento em dólares, e a sua dimensão.

Os resultados obtidos com a estimação dos parâmetros desconhecidos do modelo utilizando o método OLS encontram-se no **Anexo**. Se não houver indicação em contrário assuma que se verificam as hipóteses clássicas do modelo de regressão linear múltipla.

- (05) a) Interprete a estimativa para  $\beta_2$  na Equação 1.
- (05) b) Interprete e comente o valor obtido para o coeficiente de determinação da Equação 1.
- (15) c) Determine um intervalo de confiança a 95% para o efeito na poupança de um aumento de 100 dólares no rendimento de uma família.
- (20) d) Foi também estimada a Equação 2 para explicar a poupança,  $SAV$ . Com base no resultado de um teste estatístico concorda que esta equação seja mais apropriada do que a Equação 1? Justifique.
- (25) e) Calcule a poupança prevista de uma família com 4 elementos e 10 mil dólares de rendimento. Determine o intervalo de confiança a 95% para a poupança desta família e o intervalo de confiança a 95% para a poupança média das famílias com estas características. Compare e comente os resultados.
- (20) f) O analista que estava a conduzir este estudo estimou a Equação 5 depois de ter analisado os resultados obtidos na Equação 4. Concorda com este procedimento? Justifique.
- (10) g) Diga se concorda com a seguinte afirmação:  
Assumindo homocedasticidade na Equação 1 e supondo que o estimador OLS dos respetivos coeficientes é centrado e consistente, não é possível testar a significância estatística de  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$  sem assumir também a hipótese MLR.6 que estabelece que  $u \sim N(0, \sigma^2)$ .  
Justifique sucintamente a sua resposta, referindo o resultado que se aplica na situação em que MLR.6 se verifica.

# Anexo

## Equação 1

Dependent Variable: SAV

Method: Least Squares

Included observations: 100

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-256.8311	1200.879	-0.213869	0.8311
INC	0.148890	0.058107	2.562331	0.0119
SIZE	82.57241	21.72915	3.800075	0.0001
R-squared	0.063521	Mean dependent var	1582.510	
Adjusted R-squared	0.044212	S.D. dependent var	3284.902	
S.E. of regression	3211.464	Akaike info criterion	19.01638	
Sum squared resid	1.00E+09	Schwarz criterion	19.09454	
F-statistic	3.289753	Durbin-Watson stat	1.537582	
Prob(F-statistic)	0.041462			

## Equação 2

Dependent Variable: SAV

Method: Least Squares

Included observations: 100

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	687.1403	2216.548	0.310005	0.7572
INC	0.157767	0.061130	2.580825	0.0114
SIZE	60.21593	223.6825	0.269203	0.7884
BLACK	182.7939	1286.689	0.142065	0.8873
AGE	-24.44571	46.40643	-0.526774	0.5996
R-squared	0.066414	Mean dependent var	1582.510	
Adjusted R-squared	0.027105	S.D. dependent var	3284.902	
S.E. of regression	3240.077	Akaike info criterion	19.05329	
Sum squared resid	9.97E+08	Schwarz criterion	19.18355	
F-statistic	1.689552	Durbin-Watson stat	1.546228	
Prob(F-statistic)	0.158804			

## Equação 3

Dependent Variable: SAV

Method: Least Squares

Included observations: 100

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1562.358	329.9658	4.734911	0.0000
INC-10000	0.148890	0.058107	2.562331	0.0119
SIZE-4	82.57241	21.72915	3.800075	0.0001
R-squared	0.063521	Mean dependent var	1582.510	
Adjusted R-squared	0.044212	S.D. dependent var	3284.902	
S.E. of regression	3211.464	Akaike info criterion	19.01638	
Sum squared resid	1.00E+09	Schwarz criterion	19.09454	
F-statistic	3.289753	Durbin-Watson stat	1.537582	
Prob(F-statistic)	0.041462			

#### Equação 4

Dependent Variable: RESID^2  
Method: Least Squares  
Included observations: 100

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-15754616	20700879	-0.761060	0.4485
INC	1047.953	1001.659	1.046218	0.2981
SIZE	3526612.	3745693.	0.941511	0.3488
R-squared	0.018200	Mean dependent var		10004098
Adjusted R-squared	-0.002044	S.D. dependent var		55303065
S.E. of regression	55359545	Akaike info criterion		38.52614
Sum squared resid	2.97E+17	Schwarz criterion		38.60429
F-statistic	0.899049	Durbin-Watson stat		1.082049
Prob(F-statistic)	0.410320			

Com RESID os resíduos da Equação 1:  $RESID = SAV - \widehat{SAV}$

#### Equação 5

Dependent Variable: SAV  
Method: Least Squares  
Included observations: 100

**White heteroskedasticity-consistent standard errors & covariance**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-256.8311	1226.644	-0.209377	0.8346
INC	0.148890	0.063626	2.340082	0.0213
SIZE	82.57241	233.9027	0.353020	0.7248
R-squared	0.063521	Mean dependent var		1582.510
Adjusted R-squared	0.044212	S.D. dependent var		3284.902
S.E. of regression	3211.464	Akaike info criterion		19.01638
Sum squared resid	1.00E+09	Schwarz criterion		19.09454
F-statistic	3.289753	Durbin-Watson stat		1.537582
Prob(F-statistic)	0.041462			