

Instituto Superior de Economia e Gestão - UTL

Licenciaturas em Economia e Finanças

Estatística II – ER 30 de Janeiro de 2012

Duração: 2 horas

Instruções:

1. Verifique se o seu telemóvel está desligado. Ter o telemóvel ligado durante a prova **é motivo para anulação** da mesma.
2. **Formalize** e **fundamente** as suas respostas.
3. Durante o decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Se tiver alguma dúvida pode apresentá-la por escrito.
4. Caso não seja dito nada em contrário utilize uma dimensão de 5% nos testes estatísticos que efectuar.
5. Responda à questão 4 em **folha separada** das questões anteriores.

1. A distância percorrida por um veículo pesado de mercadorias num dia de trabalho, em centenas de quilómetros, é uma variável aleatória, X , que verifica,

$$E(X) = \frac{4\theta}{3}, \text{Var}(X) = \frac{2\theta^2}{9} \text{ e } f_X(x|\theta) = \frac{4\theta^4}{x^5} \text{ para } x > \theta,$$

em que $\theta > 0$ é um parâmetro desconhecido. Observada uma amostra casual de 200 dias de trabalho obtiveram-se os seguintes resultados para a distância diária percorrida por esse veículo

Média	Variância corrigida	Mínimo	Máximo
5.17	2.70	4.00	13.58

- (20) a) Deduza o estimador de θ pelo método dos momentos e analise a sua consistência.
- (20) b) Sabendo que o estimador da máxima verosimilhança para θ é dado por $\hat{\theta} = \text{Mínimo}\{X_i\}$ calcule, justificando, a estimativa da máxima verosimilhança para a média da população.
- (20) c) Obtenha um intervalo de confiança, a aproximadamente 95%, para μ .
- (20) 2. Pretende-se saber se as expectativas positivas sobre a evolução económica da zona euro são similares para os residentes nas cidades de Lisboa e do Porto. Com base num inquérito realizado junto a amostras casuais seleccionadas em cada uma das cidades obtiveram-se os seguintes resultados: em Lisboa das 400 pessoas inquiridas 152 declararam ter expectativas positivas, no Porto das 300 pessoas interrogadas 132 declararam ter expectativas positivas. Efectuando o teste de hipóteses adequado o que pode concluir.
- (20) 3. Uma empresa de aluguer de veículos pretende averiguar se no mercado dos ligeiros de passageiros existe associação entre a quilometragem média diária percorrida e o tempo contratado. A partir dos dados recolhidos referentes a uma amostra aleatória de 500 contratos construiu-se a seguinte tabela

Tempo contratado	Quilometragem média diária			TOTAL
	< 250	250 a 350	> 350	
Inferior a 1 semana	60	100	60	220
1 semana ou mais	90	150	40	280
TOTAL	150	250	100	500

Com base no teste de hipóteses adequado diga o que pode concluir sobre a existência dessa associação.

v.s.f.f.

4. Para analisar o comportamento das vendas (*vendas*) de vestuário de 400 lojas de determinado país, foi proposto o seguinte modelo,

$$\log(vendas) = \beta_0 + \beta_1 \log(area) + \beta_2 horas + \beta_3 horas^2 + \beta_4 inv1 + \beta_5 inv2 + u$$

onde *area* representa a área da loja em m², *horas* é o número total de horas de trabalho na loja, *inv1* e *inv2* representam o investimento em, respectivamente, publicidade e melhoramentos na loja. Os resultados da estimação do modelo proposto e de outras regressões encontram-se no Anexo.

- (20) a) Interprete a estimativa do parâmetro β_1 na equação 1. Supondo que as restantes variáveis se mantêm constantes estime o impacto nas vendas da primeira hora de trabalho e teste a sua significância estatística.
- (20) b) A equação 2 foi estimada por ser preferível à equação 1 para explicar as vendas. Concorda com esta afirmação? Justifique através de um teste estatístico adequado.
- (20) c) Um gerente de uma loja afirmou que o número de horas de trabalho que otimiza as vendas (mantendo tudo o resto constante) é igual a 363. Formalize esta hipótese e teste-a com base na informação do Quadro 1 que se obteve no EVIEWS depois de ter sido estimada a equação 2.

Quadro 1

Wald Test:
Equation: EQ02

	Value	Std. Err.
C(3) + 726*C(4)	-1.02E-05	0.000893

Restrictions are linear in coefficients.

- (20) d) Para uma loja com 150 m² e 120 horas de trabalho prevê-se que o logaritmo das suas vendas varie entre 12.38576 e 14.68340 com determinada confiança. Sabendo que esta previsão foi obtida a partir da equação 3 do Anexo calcule o respectivo nível de confiança e indique as variáveis explicativas que foram apagadas desta equação.
- (20) e) Suponha o modelo da equação 2 dado por,

$$\log(vendas) = \beta_0 + \beta_1 \log(area) + \beta_2 horas + \beta_3 horas^2 + v$$

com a hipótese: $Var(v|area, horas) = \sigma^2 horas^2$. Neste caso explique porquê que o estimador OLS de β_j , $j = 0, 1, 2, 3$, da equação 2 não é o mais eficiente e transforme as variáveis do modelo de forma a encontrar um estimador para estes coeficientes que seja mais eficiente. Justifique.

Anexo

Equação 1

Dependent Variable: LOG(VENDAS)

Method: Least Squares

Included observations: 400

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.72472	0.183430	58.46759	0.0000
LOG(AREA)	0.323090	0.045549	7.093253	0.0000
HORAS	0.011804	0.001082	10.91053	0.0000
HORAS^2	-1.64E-05	2.47E-06	-6.650101	0.0000
INV1	3.05E-07	2.36E-07	1.296046	0.1957
INV2	-2.95E-07	6.10E-07	-0.483684	0.6289
R-squared	0.612469	Mean dependent var	13.41047	
S.E. of regression	0.445455	Akaike info criterion	1.235446	
Sum squared resid	78.18153	Schwarz criterion	1.295318	
F-statistic	124.5387	Prob(F-statistic)	0.000000	

Equação 2

Dependent Variable: LOG(VENDAS)

Method: Least Squares

Included observations: 400

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.69668	0.181633	58.89181	0.0000
LOG(AREA)	0.331587	0.044793	7.402675	0.0000
HORAS	0.011751	0.001080	10.87689	0.0000
HORAS^2	-1.62E-05	2.46E-06	-6.599002	0.0000
R-squared	0.610814	Mean dependent var	13.41047	
S.E. of regression	0.445277	Akaike info criterion	1.229708	
Sum squared resid	78.51547	Schwarz criterion	1.269623	
F-statistic	207.1695	Prob(F-statistic)	0.000000	

Equação 3

Dependent Variable: LOG(VENDAS)

Method: Least Squares

Included observations: 400

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	13.53458	0.024843	544.8094	0.0000
	0.331587	0.044793	7.402675	0.0000
	0.011751	0.001080	10.87689	0.0000
	-1.62E-05	2.46E-06	-6.599002	0.0000
R-squared	0.610814	Mean dependent var	13.41047	
S.E. of regression	0.445277	Akaike info criterion	1.229708	
Sum squared resid	78.51547	Schwarz criterion	1.269623	
F-statistic	207.1695	Prob(F-statistic)	0.000000	