

Instituto Superior de Economia e Gestão - UTL

Licenciaturas em Economia e Finanças

Estatística II – EN 11 de Junho de 2012

Duração: 2 horas

Instruções:

1. Verifique se o seu telemóvel está desligado. Ter o telemóvel ligado durante a prova **é motivo para anulação** da mesma.
2. **Formalize** e **fundamente** as suas respostas.
3. Se tiver alguma dúvida sobre o enunciado de alguma questão deve apresentá-la por escrito para que possa, eventualmente, ser tomada em consideração na correção.
4. Caso não seja dito nada em contrário utilize uma dimensão de 5% nos testes estatísticos que efectuar.
5. Responda à questão 4 em **folha separada** das questões anteriores.

1. Uma Companhia de aviação está preocupada com a qualidade do serviço de bagagens dos seus passageiros. Observando uma amostra aleatória de 500 passageiros verificou que 35 não tinham recebido a respetiva bagagem à chegada do seu voo.

- (20) a) Calcule um intervalo de confiança a 95% para a proporção de passageiros desta Companhia de aviação que não recebem a bagagem à chegada.
- (20) b) A Companhia ambiciona ter no máximo uma proporção de 5% de passageiros que não recebem a bagagem à chegada ao seu destino. No caso desta meta não se verificar terá de remodelar os seus serviços. Se numa amostra de 500 passageiros mais de 33 não tiverem recebido a sua bagagem a empresa considera que a meta não é verificada e consequentemente opta pela remodelação. Calcule a probabilidade da empresa tomar uma decisão errada, não remodelando os seus serviços, quando a verdadeira proporção de passageiros que não recebem a sua bagagem for de 7.5%.

2. Com o objetivo de avaliar se a distribuição do tempo de espera no atendimento de um utente de um dado serviço público tem distribuição exponencial foram observados 200 utentes escolhidos aleatoriamente. Os resultados obtidos podem ser resumidos no seguinte quadro,

| x – tempo em minutos | $x < 7$ | $7 \leq x < 10$ | $10 \leq x < 14$ | $14 \leq x < 17$ | $x \geq 17$ |
|------------------------|---------|-----------------|------------------|------------------|-------------|
| Frequência observada | 90 | 30 | 30 | 15 | 35 |

Sabe-se que o tempo médio de espera da amostra foi de 11.3 minutos. Note que o estimador da máxima verosimilhança para o parâmetro λ da distribuição exponencial é igual ao estimador do método dos momentos.

- (20) a) Teste a hipótese de que o tempo de espera tem distribuição exponencial.
- (20) b) Supondo que o tempo de espera tem distribuição exponencial, calcule a estimativa da máxima verosimilhança da probabilidade de um utente ter de esperar mais de 12 minutos. Justifique.

v.s.f.f.

- (20) 3. Considere duas amostras casuais e independentes da mesma população $N(\mu, \sigma^2)$, uma de dimensão n , (X_1, \dots, X_n) e outra de dimensão $2n$, (Y_1, \dots, Y_{2n}) , e a seguinte estatística T ,

$$T = \frac{2\bar{X} + \bar{Y}}{3}.$$

Verifique se T é estimador consistente para μ .

4. Para explicar o consumo de gasolina das famílias, um investigador especificou o seguinte modelo:

$$\log(GAS) = \beta_0 + \beta_1 \log(PRICE) + \beta_2 \log(INCOME) + \beta_3 HHSIZE + \beta_4 AGE + \beta_5 AGE^2 + u.$$

O significado das variáveis é apresentado de seguida.

GAS - consumo de gasolina de uma família,
 $PRICE$ - preço de um litro de gasolina,
 $INCOME$ - rendimento da família,
 $HHSIZE$ - número de pessoas na família,
 AGE - idade do chefe de família

Os resultados obtidos com a estimação dos parâmetros desconhecidos do modelo utilizando o método OLS encontram-se no **Anexo**. Se não houver indicação em contrário assuma que se verificam as hipóteses clássicas do modelo de regressão linear múltipla.

- (20) a) Interprete as estimativas de β_1 e de β_3 na Equação 1 e teste a respetiva significância estatística.
- (20) b) Comente a afirmação: “o efeito médio de mais um ano de idade do chefe de família (*ceteris paribus*) não é constante podendo ser positivo para algumas famílias e negativo para outras”. Indique, justificando, um exemplo para cada uma destas situações.
- (20) c) Teste a hipótese de que o efeito provocado pelo aumento de 1% do preço de um litro de gasolina é compensado pelo aumento de 2% do rendimento.
- (25) d) Um outro investigador afirma que existe uma forte evidência de que o modelo especificado na equação 1 poderá estar a omitir variáveis relevantes. Aponte as consequências desta situação, justificando. Acha que este investigador tem razão no que afirma? Fundamente a sua resposta com base no resultado de um teste estatístico adequado.
- (15) e) Qual o objetivo da Equação 3? Que pode concluir?

Anexo

Equação 1

Dependent Variable: LOG(GAS)

Method: Least Squares

Included observations: 2464

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| C | 5.129376 | 0.340475 | 15.06535 | 0.0000 |
| LOG(PRICE) | -0.287583 | 0.131677 | -2.184009 | 0.0291 |
| LOG(INCOME) | 0.132720 | 0.029376 | 4.517907 | 0.0000 |
| HHSIZE | 0.044525 | 0.012016 | 3.705566 | 0.0002 |
| AGE | 0.021520 | 0.009718 | 2.214505 | 0.0269 |
| AGE^2 | -0.000287 | 0.000103 | -2.788100 | 0.0053 |
| R-squared | 0.052741 | Mean dependent var | 7.162464 | |
| Adjusted R-squared | 0.050814 | S.D. dependent var | 0.708278 | |
| S.E. of regression | 0.690048 | Akaike info criterion | 2.098321 | |
| Sum squared resid | 1170.416 | Schwarz criterion | 2.112467 | |
| F-statistic | 27.37088 | Prob(F-statistic) | 0.000000 | |

Matriz de variâncias/covariâncias do estimador OLS dos coeficientes

| | C | LOG(PRICE) | LOG(INCOME) | HHSIZE | AGE | AGE^2 |
|-------------|-----------|------------|-------------|-----------|-----------|-----------|
| C | 0.115923 | 0.008060 | -0.007604 | 0.000721 | -0.001346 | 1.32E-05 |
| LOG(PRICE) | 0.008060 | 0.017339 | 0.000196 | -9.79E-06 | -4.04E-05 | 4.60E-07 |
| LOG(INCOME) | -0.007604 | 0.000196 | 0.000863 | -6.64E-05 | -6.52E-05 | 7.35E-07 |
| HHSIZE | 0.000721 | -9.79E-06 | -6.64E-05 | 0.000144 | -2.41E-05 | 3.03E-07 |
| AGE | -0.001346 | -4.04E-05 | -6.52E-05 | -2.41E-05 | 9.44E-05 | -9.94E-07 |
| AGE^2 | 1.32E-05 | 4.60E-07 | 7.35E-07 | 3.03E-07 | -9.94E-07 | 1.06E-08 |

Equação 2

Dependent Variable: LOG(GAS)

Method: Least Squares

Included observations: 2464

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|--------|
| C | -450.2936 | 893.5616 | -0.503931 | 0.6144 |
| LOG(PRICE) | 43.88519 | 93.38805 | 0.469923 | 0.6385 |
| LOG(INCOME) | -20.28870 | 43.11422 | -0.470580 | 0.6380 |
| HHSIZE | -6.792055 | 14.46421 | -0.469577 | 0.6387 |
| AGE | -3.300116 | 6.990416 | -0.472092 | 0.6369 |
| AGE^2 | 0.044058 | 0.093338 | 0.472022 | 0.6370 |
| FIT^2 | 23.44912 | 45.50325 | 0.515329 | 0.6064 |
| FIT^3 | -1.182678 | 2.124068 | -0.556799 | 0.5777 |
| R-squared | 0.057547 | Mean dependent var | 7.162464 | |
| Adjusted R-squared | 0.054861 | S.D. dependent var | 0.708278 | |
| S.E. of regression | 0.688575 | Akaike info criterion | 2.094857 | |
| Sum squared resid | 1164.478 | Schwarz criterion | 2.113719 | |
| F-statistic | 21.42358 | Prob(F-statistic) | 0.000000 | |

Com FIT os valores ajustados para $\log(GAS)$ na Equação 1: $FIT = \widehat{\log(GAS)}$

Equação 3

Dependent Variable: RESID^2

Method: Least Squares

Included observations: 2464

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|----------|
| C | 30.32557 | 28.86092 | 1.050749 | 0.2935 |
| FIT | -7.997124 | 8.099130 | -0.987405 | 0.3235 |
| FIT^2 | 0.534385 | 0.567995 | 0.940826 | 0.3469 |
| R-squared | 0.005647 | Mean dependent var | | 0.475007 |
| Adjusted R-squared | 0.004839 | S.D. dependent var | | 0.845135 |
| S.E. of regression | 0.843088 | Akaike info criterion | | 2.497726 |
| Sum squared resid | 1749.272 | Schwarz criterion | | 2.504799 |
| Log likelihood | -3074.198 | Hannan-Quinn criter. | | 2.500296 |
| F-statistic | 6.988317 | Durbin-Watson stat | | 1.979253 |
| Prob(F-statistic) | 0.000941 | | | |

Com RESID os resíduos da Equação 1: $RESID = \log(GAS) - \widehat{\log(GAS)}$
e FIT os valores ajustados para $\log(GAS)$ na Equação 1: $FIT = \widehat{\log(GAS)}$