**Exercícios de Análise Matemática IV – MAEG**

**Capítulo III – Equação diferencial linear de ordem n**

1. Dada a equação linear de 2ª ordem,  com  funções contínuas em , suponha que  é uma solução dessa equação. Suponha também que se pretende encontrar uma nova solução da forma  com .

Prove que essa nova solução se obtem resolvendo uma equação linear de 1ª ordem homogénea.

1. Suponha que as raízes da equação quadrática  têm partes reais negativas. Prove que toda a solução da equação tende para *0* quando .
2. Considere a equação .
3. Prove que se a equação  tem raízes iguais, então  é solução da equação diferencial dada.
4. Encontre uma nova solução da equação diferencial, da forma . Mostre que  é solução da equação diferencial sse  com .
5. Resolva as seguintes equações:
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. .
15. Considere a equação diferencial . Para que condições iniciais , existe uma solução  tal que:
16.  é periódica
17.  quando 
18.  quando 
19.  é limitada para .
20. Encontre todas soluções periódicas de .
21. Considere a equação diferencial linear de 2º ordem .
22. Verifique que  é uma solução da equação dada.
23. Determine uma aplicação  de modo que  constituam um sistema fundamental de soluções da equação dada.
24. Resolva o PVI .
25. Determine a solução geral da equação .
26. Segundo a lei de Newton, a velocidade de arrefecimento de um corpo no ar é directamente proporcional à diferença entre a temperatura do corpo num instante *t, y(t),* e a temperatura do meio, *M(t),* no mesmo instante.
27. Traduza este facto por meio de uma equação diferencial e resolva-a.
28. Sabendo que a temperatura do ar é *20º C* e que o corpo arrefece de *100º C* para *60º C* em 20 minutos, determine ao fim de quanto tempo o corpo atinge *30º C*.

**Capítulo V – Sistemas de equações diferenciais não lineares**

1. Determine os pontos de equilíbrio dos seguintes sistemas de equações diferenciais:
2. 
3. 
4. 
5. Considere o sistema de equações diferenciais .
6. Mostre que  é o único ponto de equilíbrio do sistema se .
7. Mostre que existe uma recta de pontos de equilíbrio para o sistema se .
8. Estude a estabilidade dos seguintes sistemas de equações diferenciais:
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. Considere a família uniparamétrica de equações diferenciais .
15. Para que valores da constante *a* existem dois valores próprios distintos positivos da matriz *A*, da correspondente equação ?
16. Faça . Determine os vectores próprios da matriz *A* e utilize essa informação para esboçar o retrato de fase.
17. Esboce o retrato de fase da curva individualizada pelas condições iniciais , para .
18. Considere o sistema .

Mostre que a solução de equilíbrio  do sistema linearizado, é um ponto de cela e esboce o retrato de fase do sistema linearizado.

1. Para que valores da constante , é estável qualquer solução do sistema ?
2. Estude a estabilidade das soluções das equações diferenciais:
3. 
4. 
5. 
6. .
7. Estude a estabilidade das soluções , da equação .
8. Considere a equação diferencial . Mostre que todas as soluções , com , são instáveis enquanto que todas as soluções , com , são assintoticamente estáveis.
9. Determine as soluções de equilíbrio de cada um dos seguintes sistemas de equações diferenciais e estude a estabilidade das mesmas:
10. 
11. 
12. .