Licenciatura em Matemática Aplicada à Economia e à Gestão

ANÁLISE MATEMÁTICA 2

Teste 1 (B) 12/11/2012

---

1. Estude a convergência das seguintes séries e numéricas e, sempre que possível, calcule a sua soma.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{2n+1}}{n!\sqrt{n}}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}\right)$

2. Considere a função real $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2+1}{\sqrt{n}}(x-1)^n$.

Determine o maior intervalo onde f fica bem definida e calcule $f^{(4)}(1)$.

3. Considere a função $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida pela expressão

$$f(x,y) = \left(\sqrt{y-|x|}\log(1-x^2-(y-1)^2), \frac{x+y}{y-x^2+1}\right)$$

a) Represente geometricamente o conjunto D e defina analiticamente o seu interior, fronteira e aderência.

b) Considere agora o conjunto $D^* = \{(x,y) \in D : x \notin \mathbb{Q}\}$ e mostre que $front(D^*)$ é um conjunto compacto.

4. Sejam $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ tais que $A \subseteq B$. Mostre que $int(A) \subset int(B)$ e que $ext(B) \subseteq ext(A)$.

5. Estude a continuidade em $\mathbb{R}^2$ da função $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y\sin(x^2-y)}{x^2+y^2} & , y > x^2 \\ 0 & , y \leq x^2 \end{cases}.$$