1ª Parte - Teórica – 40 minutos V1

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: A1. $P(A)\geq 0$ A2. $P(\Omega)=1$ A3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ \ (x<0)$ e $M_X(s)=\frac{\lambda}{\lambda-s}$; $X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow M_X(s)=\left(\frac{\lambda}{\lambda-s}\right)^{\alpha}$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$;

$S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2}$, $s<\dfrac{1}{2}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O espaço de resultados da experiência aleatória que consiste em seleccionar um hotel ao acaso e observar se um cesto de fruta de cortesia é oferecido é contínuo.		X
Sejam A e B acontecimentos de Ω tais que P(A)=0,6 e P(B)=0,4 e P(A∩B)=0,1. Então os acontecimentos A e B não são independentes.	X	
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se A e B são incompatíveis então P(A-B)=P(A)	X	
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $P(A_1\cap A_2\cap A_3)=0$.	X	

2. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A percentagem do e-comércio nas transacções comerciais pode ser representada por uma variável aleatória contínua.	X	
Sejam a e c números inteiros ($a<c$). Se X é uma variável aleatória contínua então $P(a<X<c)\neq F_X(c)-F_X(a)$		X
Se X é uma variável aleatória contínua então $\forall x\in ▯,\quad F(x+h)-F(x)>0\ \ quando\ h<0$		X
Se a variável aleatória X é discreta e $Y=\varphi(X)$ é uma função real de variável real então a variável aleatória Y pode ser discreta, contínua ou mista		X

3. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $E(X).E(Y)\neq E(XY)$, então X e Y não são independentes	X	
Se o conjunto D_X for finito, e X for uma variável aleatória discreta o valor esperado existe sempre.	X	
A probabilidade condicionada $P(X\leq x\vert Y\leq y)=F(x,y)/F_Y(y)$ com $F_Y(y)\neq 0$	X	
Se a distribuição da variável aleatória X é simétrica em relação à origem, se existir, $E(X^3)=0$.	X	

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
A experiência que consiste em seleccionar um aluno do ISEG e registar a cor dos cabelos é uma experiência de Bernoulli		X
Num processo de Poisson o número de eventos que ocorrem em dois intervalos de tempo disjuntos são independentes.	X	
Se X tem distribuição uniforme no intervalo $(a, a+4)$ $a \in \mathbb{R}$, então a probabilidade de qualquer sub-intervalo (a, x)nele contido é igual a um quarto da respectiva amplitude.	X	
Se o número de ocorrências por unidade de tempo num processo de Poisson é bem representado pela variável X com média λ, o tempo médio entre duas ocorrências consecutivas é igual a λ.		X

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X de média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Sejam $\bar{x}_1$ e $\bar{x}_2$ valores concretos assumidos pelas médias de duas amostras particulares de uma mesma população X, então $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$.		X
Se $n = 3$, então $Var(\sum_{i=1}^{3} X_i) > Var(3X)$		X
Se $X \sim t_{(n)}$ e $P(X \leq x) < 0.5$ então $x > 0$.		X
(X_1, X_n) é uma estatística.	X	

6. Sejam $X_i \sim Ex(\lambda)$ $(i = 1,2,3)$ independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos que $X_1 + X_2 + X_3 \sim G(3, \lambda)$. [Cotação: 15]

Se $X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s} \Rightarrow M_{X_1+X_2+X_3}(s) = M_{X_1}(s) * M_{X_2}(s) * M_{X_3}(s)$

$$porque\ X_1, X_2, X_3 são\ v.a.(s) independentes, então\ tem - se$$

$$M_{X_1+X_2+X_3}(s) = \left(\frac{\lambda}{\lambda - s}\right)^3 \Rightarrow X_1 + X_2 + X_3 \sim G(3, \lambda).$$

7. Prove que se as variáveis aleatórias X e Y tiverem média nula e o mesmo desvio padrão, as variáveis $Z = X + Y$ e $U = X - Y$ são não correlacionadas. Serão independentes? Justifique. [Cotação: 15]

$$\boldsymbol{E}(X) = E(Y) = 0\ e\ Var(X) = Var(Y) = \sigma^2$$

$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 0;$
$E(U) = E(X - Y) = E(X) - E(Y) = 0;$

$$E(Z * U) = E[(X + Y) * (X - Y)] = E(X^2 - Y^2) = E(X^2) - E(Y^2) =$$
$$= \sigma^2 + \mu_X^2 - (\sigma^2 + \mu_Y^2) = \mu_X^2 - \mu_Y^2 = 0$$

Então $Cov(Z, U) = E(Z * U) - E(Z) * E(U) = 0 \Rightarrow \rho_{Z.U} = 0$ pelo que Z e Usão não correlacionadas. Nada se pode concluir acerca da independência.

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V2

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: A1. $P(A)\geq 0$ A2. $P(\Omega)=1$ A3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\operatorname{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\operatorname{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\operatorname{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\operatorname{Var}(aX+bY)=a^2\operatorname{Var}(X)+b^2\operatorname{Var}(Y)+2ab\operatorname{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$;

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots);X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ \ (x<0);X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow M_X(s)=\left(\frac{\lambda}{\lambda-s}\right)^\alpha$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\overline{X})^2}{n}$;

$(n-1)S'^2=nS^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow E(X)=n$; $\operatorname{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2},\ s<\dfrac{1}{2}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
O espaço de resultados da experiência aleatória que consiste em seleccionar uma família ao acaso e observar o rendimentos do respectivo agregado familiar é discreto.		X
Sejam A e B acontecimentos de Ω tais que P(A)=0,6 e P(B)=0,4 e P(A∩B)=0,1 Então os acontecimentos A e B são incompatíveis.		X
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se $A\subset B$ então P(A-B)=0	X	
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $A_i\cap A_j=\emptyset\ \forall\, i,j=1,2.3\ \ (i\neq j)$.	X	

2. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
O tempo que decorre entre uma encomenda on-line e a satisfação da mesma pode ser representado por uma variável aleatória discreta.		X
Sejam a e c números inteiros $(a<c)$. Se X é uma variável aleatória discreta então $P(a<X<c)=F_X(c)-F_X(a)$		X
Se X é uma variável aleatória discreta então $\forall x\in D_X,\quad F(x+h)\leq F(x)\ \ quando\ h<0$	X	
Se a variável aleatória X é contínua e $Y=\varphi(X)$ é uma função real de variável real então a variável aleatória Y só pode ser contínua ou mista		X

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se $E(X).E(Y)\neq E(XY)$, então nada se pode concluir sobre a independência de X e Y		X
Se X for uma variável aleatória discreta, o valor esperado de X pode não existir.	X	
A probabilidade condicionada $P(Y\leq y\vert X\leq x)=F(x,y)/F_Y(y)$ com $F_Y(y)\neq 0$		X
Se a distribuição da variável aleatória X é simétrica em relação à origem, se existir, $E(X^2)=0$.		X

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
As vendas diárias num stand automóvel que tem um stock diário de 2 carros pode ser representado por uma distribuição Bernoulli.		X
A variância de uma variável aleatória com distribuição de Poisson é igual ao quadrado da respectiva média.		X
Se X tem distribuição uniforme no intervalo $(a, a+2)$ $a \in ℝ$, então a probabilidade de qualquer sub-intervalo (a, x) nele contido é igual a metade da respectiva amplitude.	X	
Se o número médio de ocorrências por unidade de tempo num processo de Poisson é igual a λ, o tempo médio que decorre até à 3ª ocorrência consecutiva é igual a 3λ.		X

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X de média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $\bar{x}_1$ e $\bar{x}_2$ valores concretos assumidos pelas médias de duas amostras particulares de uma mesma população X, então, pode acontecer que $\bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$.	X	
Se $n = 3$, então $Var(\sum_{i=1}^{3} X_i) < Var(3X)$	X	
Se $X \sim t_{(n)}$ e $P(X \leq x) < 0.5$ então $x < 0$.	X	
$(X_1 + X_n)/\sigma$ é uma estatística.		X

6. Sejam $X_i \sim Ex(\lambda)$ $(i = 1,2,3)$ independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos

que $X_1 + X_2 + X_3 \sim G(3, \lambda)$. [Cotação: 15]

7. Prove que se as variáveis aleatórias X e Y tiverem média nula e o mesmo desvio padrão, as variáveis $Z = X + Y$ e $U = X - Y$ são não correlacionadas. Serão independentes? Justifique. [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V3

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: A1. $P(A)\geq 0$ A2. $P(\Omega)=1$ A3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow M_X(s)=\left(\frac{\lambda}{\lambda-s}\right)^{\alpha}$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n}$;

$(n-1)S'^2=n\,S^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2},\ s<\dfrac{1}{2}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
O espaço de resultados da experiência aleatória que consiste em seleccionar um mês ao acaso e observar a taxa de inflação ocorrida nesse mês é contínuo.	X	
Sejam A e B acontecimentos de Ω tais que P(A)=0,6 e P(B)=0,4 e P(A∩B)=0,24. Então os acontecimentos A e B são independentes.	X	
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se B ⊂ A então P(A-B)=P(A)		X
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $P(A_1\cup A_2\cup A_3)=1$.	X	

2. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
O número de dias que decorre entre a encomenda on-line e a satisfação da mesma pode ser representado por uma variável aleatória discreta.	X	
Sejam a e c números inteiros ($a<c$). Se X é uma variável aleatória discreta então $P(a<X<c)\neq F_X(c)-F_X(a)$	X	
Se X é uma variável aleatória contínua então $F(x)-F(x+h)>0\ quando\ h<0$	X	
Se a variável aleatória X é discreta e $Y=\varphi(X)$ é uma função real de variável real então a variável aleatória Y só pode ser discreta	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se $E(X).E(Y)=E(XY)$, então X e Y são independentes		X
O valor esperado de uma variável aleatória contínua existe sempre.		X
A probabilidade condicionada $P(X\leq x\mid Y\leq y)=F(x,y)/F_Y(y)$ com $F_Y(y)\neq 0$	X	
Se a distribuição da variável aleatória X é simétrica em relação à origem, se existir, $E(X^5)=0$.	X	

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
A experiência que consiste em seleccionar um aluno do ISEG e verificar se passou a Estatística 1 é uma experiência de Bernoulli.	X	
Num processo de Poisson o número de eventos que ocorrem em dois intervalos de tempo ou espaço disjuntos são independentes	X	
Se X tem distribuição uniforme no intervalo $(a, a+6)$ $a \in \mathbb{R}$, então a probabilidade de qualquer sub-intervalo (a, x)nele contido é igual a um sexto da respectiva amplitude.	X	
Se o número médio de ocorrências por unidade de tempo num processo de Poisson é igual a λ, o tempo médio entre duas ocorrências consecutivas é igual a $1/\lambda$.	X	

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X de média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ as médias de duas amostras de dimensão n da mesma população X. Então, em geral, $E(\bar{X}_1) \neq E(\bar{X}_2)$.		X
Se $n = 3$, então $Var(\sum_{i=1}^{3} X_i) \neq Var(3X)$	X	
Se $X \sim t_{(n)}$ e $P(X \leq x) > 0.5$ então $x < 0$.		X
$(X_1 + X_n)/2$ não é uma estatística.		X

6. Sejam $X_i \sim Ex(\lambda)$ $(i = 1,2,3)$ independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos que $X_1 + X_2 + X_3 \sim G(3, \lambda)$. [Cotação: 15]

7. Prove que se as variáveis aleatórias X e Y tiverem média nula e o mesmo desvio padrão, as variáveis $Z = X + Y$ e $U = X - Y$ são não correlacionadas. Serão independentes? Justifique. [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V4

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: A1. $P(A)\geq 0$ A2. $P(\Omega)=1$ A3. Se $A\cap B=\emptyset$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\text{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\text{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY)=a^2\text{Var}(X)+b^2\text{Var}(Y)+2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x\,!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ \ (x<0)$; $X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow M_X(s)=\left(\frac{\lambda}{\lambda-s}\right)^\alpha$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\bar{X})^2}{n}$;

$(n-1)S'^2=n\,S^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow E(X)=n$; $\text{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2}$, $s<\dfrac{1}{2}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O espaço de resultados da experiência aleatória que consiste em seleccionar um aluno ao acaso e observar a sua altura é discreto.		X
Sejam A e B acontecimentos de Ω tais que P(A)=0,6 e P(B)=0,4 e P(A∩B)=0,24. Então os acontecimentos A e B não são incompatíveis.	X	
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se A = B então P(A-B)=0	X	
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então $A_1\cup A_2\cup A_3=\Omega$.	X	

2. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O número de produtos que uma empresa seleccionada ao acaso comercializa pela Internet pode ser representada por uma variável discreta.	X	
Sejam a e c números inteiros $(a<c)$. Se X é uma variável aleatória contínua então $P(a<X<c)\neq F_X(c)-F_X(a)$		X
Se X é uma variável aleatória discreta então $\forall x\in D_X,\quad F(x)-F(x+h)>0\ quando\ h<0$		X
Se a variável aleatória X é contínua e $Y=\varphi(X)$ é uma função real de variável real então a variável aleatória Y não pode ser discreta		X

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $E(X).E(Y)=E(XY)$, então nada se pode concluir sobre a independência de X e Y	X	
Se o conjunto D_X for finito, e X for uma variável aleatória discreta o valor esperado existe sempre.	X	
A probabilidade condicionada $P(X\leq x\vert Y\leq y)=F(x,y)/F_X(x)$com $F_X(x)\neq 0$		X
Se a distribuição da variável aleatória X é simétrica em relação à origem, se existir, $E(X^4)=0$.		X

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A experiência que consiste em retirar uma bola de uma urna com bolas vermelhas, amarelas e azuis é uma experiência de Bernoulli.		X
A média e variância de uma variável aleatória com distribuição de Poisson são iguais.	X	
Se X tem distribuição uniforme no intervalo $(a, a+3)$ $a \in$ ▯, então a probabilidade de qualquer sub-intervalo (a, x) nele contido é igual a um terço da respectiva amplitude.	X	
Se o número de ocorrências por unidade de tempo num processo de Poisson é bem representado pela variável X com média λ, o tempo médio que decorre até à 3ª ocorrência consecutiva é igual a $3/\lambda$	X	

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X de média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ as médias de duas amostras de dimensão n da mesma população X. Então $E(\bar{X}_1) = E(\bar{X}_2)$.	X	
Se n=3, então $Var(\sum_{i=1}^{3} X_i) = Var(3X)$		X
Se $X \sim t_{(n)}$ e $P(X \leq x) > 0.5$ então $x > 0$.	X	
$\sum_{i=1}^{n} X_i^2/\sigma$ não é uma estatística.	X	

6. Sejam $X_i \sim Ex(\lambda)$ $(i = 1,2,3)$ independentes. Demonstre utilizando a função geradora de momentos que $X_1 + X_2 + X_3 \sim G(3, \lambda)$. [Cotação: 15]

7. Prove que se as variáveis aleatórias X e Y tiverem média nula e o mesmo desvio padrão, as variáveis $Z = X + Y$ e $U = X - Y$ são não correlacionadas. Serão independentes? Justifique. [Cotação: 15]

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-2ºSem. 2011-2012 **09. 01. 12**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos V1

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações				
1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b.(10)	4.(20)	P:

1. Para efeitos de previsão meteorológica da ocorrência diária de chuva (acontecimento **C**) na Ilha Isolada consideram-se 3 níveis de pressão atmosférica, **A**-alta, **M**-média e **B**-baixa. As probabilidades de ocorrência simultânea dos três níveis de pressão e de chuva são respectivamente $P(A \cap C) = 0.03$, $P(B \cap C) = 0.18$, $P(M \cap C) = 0.09$. Além disso sabe-se que a pressão atmosférica é alta em 10% dos dias em que chove e em 60% dos dias em que não chove.

a) Num dia em que chove qual a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica média?

0.45 ☐ 0.10 ☐ 0.60 ☐ 0.30 X

b) Determine a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta.

$P(A) = 0.45$

2. As quantidades (**dezenas de kgs**) de matérias primas X e Y incorporadas por dia em certo produto são variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2k \qquad (0 < x < 2; \qquad 0 < y < k)$$

a) Verifique que $k = \frac{1}{2}$ e calcule a probabilidade de o consumo diário da matéria prima X o consumo diário da matéria prima Y.

$$P(X < Y) = \frac{1}{8}$$

b) Determine a quantidade média da matéria prima X incorporada no produto num dia em que foram incorporados 3 kgs da matéria prima Y. O que pode concluir, com base no resultado, sobre a independência das variáveis?

$$E(X|Y = 0.3) = 1$$

A quantidade média da matéria prima X incorporada no produto num dia em que foram incorporados 3 kgs da matéria prima Y é de 10 kgs. Como o valor calculado não depende do valor de Y, pode concluir-se que as variáveis são independentes.

3. O número de reclamações recebidas numa central telefónica em cada 10 minutos tem uma distribuição de Poisson de média 3.

a) Determine a probabilidade de o número de reclamações recebidas numa hora ser no mínimo de 14.

X 0.8574 | 0.9491 ☐ | 0.7919 ☐ | 0.9345 ☐

b) Qual a probabilidade de se ter de esperar mais de 2 minutos pela 1ª reclamação?

0.9975 ☐ | 0.4512 ☐ | 0.0025 ☐ | 0.5488 X

d) c) c) Seleccionados ao acaso 6 períodos de 10 minutos qual a probabilidade de em exactamente 3 deles terem sido recebidas 5 reclamações por período.

$$P(Y = 3) = 0.0149$$

4. A duração do "chip" de um certo tipo de computadores é uma variável aleatória X com média θ e variância θ^2. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra casual de uma população desses "chip" e

$$T(X_1, \quad X_2, \cdots, X_n) = \frac{1 + \sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

uma estatística a utilizar para estimar o parâmetro θ.

Use uma distribuição assimptótica para aproximar θ. Considere uma amostra de dimensão $n = 100$ e $\theta = 10$.

$$P(T(X_1, X_2, \cdots, X_n) \geq 12) \approx 0.0233$$

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2011-2012 **25. 01. 12**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos V2

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações				
1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b.(10)	4.(20)	P:

1. Para efeitos de previsão meteorológica da ocorrência diária de chuva (acontecimento **C**) na Ilha Isolada consideram-se 3 níveis de pressão atmosférica, **A**-alta, **M**-média e **B**-baixa. As probabilidades de ocorrência simultânea dos três níveis de pressão e de chuva são respectivamente $P(A \cap C) = 0.03$, $P(B \cap C) = 0.18$, $P(M \cap C) = 0.09$. Além disso sabe-se que a pressão atmosférica é alta em 10% dos dias em que chove e em 60% dos dias em que não chove.

a) Num dia em que chove qual a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica baixa?

0.45 ☐ 0.60 X 0.30 ☐ 0.10 ☐

b) Determine a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta.

2. As quantidades (**dezenas de kgs**) de matérias primas X e Y incorporadas por dia em certo produto são variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2k \qquad (0 < x < 2; \qquad 0 < y < k)$$

a) Verifique que $k = \frac{1}{2}$ e calcule a probabilidade de o consumo diário da matéria prima X o consumo diário da matéria prima Y.

b) Determine a quantidade média da matéria prima X incorporada no produto num dia em que foram incorporados 3 kgs da matéria prima Y. O que pode concluir, com base no resultado, sobre a independência das variáveis?

3. O número de reclamações recebidas numa central telefónica em cada 20 minutos tem uma distribuição de Poisson de média 3.

a) Determine a probabilidade de o número de reclamações recebidas numa hora ser no mínimo de 14.

0.415 ☐ 0.9496 ☐ 0.0739 X 0.9676 ☐

b) Qual a probabilidade de se ter de esperar mais de 3 minutos pela 1ª reclamação?

0.9999 ☐ 0.0001 ☐ 0.4066 ☐ 0.6376 X

c) Seleccionados ao acaso 6 períodos de 10 minutos qual a probabilidade de em 3 deles terem sido recebidas 5 reclamações por período.

4. A duração do “chip” de um certo tipo de computadores é uma variável aleatória X com média θ e variância θ^2. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra casual de uma população desses “chip” e

$$T(X_1, \quad X_2, \cdots, X_n) = \frac{1 + \sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

uma estatística a utilizar para estimar o parâmetro θ.

Use uma distribuição assimptótica para aproximar θ. Considere uma amostra de dimensão $n = 100$ e $\theta = 10$.

$$P(T(X_1, X_2, \cdots, X_n) \geq 12)$$

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2011-2012 **25. 01. 12**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos V3

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b.(10)	4.(20)	P:

1. Para efeitos de previsão meteorológica da ocorrência diária de chuva (acontecimento **C**) na Ilha Isolada consideram-se 3 níveis de pressão atmosférica, **A**-alta, **M**-média e **B**-baixa. As probabilidades de ocorrência simultânea dos três níveis de pressão e de chuva são respectivamente $P(A \cap C) = 0.03$, $P(B \cap C) = 0.18$, $P(M \cap C) = 0.09$. Além disso sabe-se que a pressão atmosférica é alta em 10% dos dias em que chove e em 60% dos dias em que não chove.

a) Num dia em que chove qual a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica média?

0.10 ☐ 0.60 ☐ 0.30 ☐ 0.70 ☐

b) Determine a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta.

2. As quantidades (**dezenas de kgs**) de matérias primas X e Y incorporadas por dia em certo produto são variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2k \qquad (0 < x < 2; \quad 0 < y < k)$$

a) Verifique que $k = \frac{1}{2}$ e calcule a probabilidade de o consumo diário da matéria prima X o consumo diário da matéria prima Y.

b) Determine a quantidade média da matéria prima X incorporada no produto num dia em que foram incorporados 3 kgs da matéria prima Y. O que pode concluir, com base no resultado, sobre a independência das variáveis?

3. O número de reclamações recebidas numa central telefónica em cada 10 minutos tem uma distribuição de Poisson de média 3.

a) Determine a probabilidade de o número de reclamações recebidas numa hora ser no mínimo de 10.

0.9917 ☐ 0.9846 X 0.9850 ☐ 0.9696 ☐

b) Qual a probabilidade de se ter de esperar mais de 1 minuto pela 1ª reclamação?

0.498 ☐ 0.7408 X 0.9502 ☐ 0.2592 ☐

c) Seleccionados ao acaso 6 períodos de 10 minutos qual a probabilidade de em 3 deles terem sido recebidas 5 reclamações por período.

4. A duração do "chip" de um certo tipo de computadores é uma variável aleatória X com média θ e variância θ^2. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra casual de uma população desses "chip" e

$$T(X_1, \quad X_2, \cdots, X_n) = \frac{1 + \sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

uma estatística a utilizar para estimar o parâmetro θ.

Use uma distribuição assimptótica para aproximar θ. Considere uma amostra de dimensão $n = 100$ e $\theta = 10$.

$$P(T(X_1, X_2, \cdots, X_n) \geq 12)$$

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2011-2012 **25. 01. 12**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos V4

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b.(10)	4.(20)	P:

1. Para efeitos de previsão meteorológica da ocorrência diária de chuva (acontecimento **C**) na Ilha Isolada consideram-se 3 níveis de pressão atmosférica, **A**-alta, **M**-média e **B**-baixa. As probabilidades de ocorrência simultânea dos três níveis de pressão e de chuva são respectivamente $P(A \cap C) = 0.03$, $P(B \cap C) = 0.18$, $P(M \cap C) = 0.09$. Além disso sabe-se que a pressão atmosférica é alta em 10% dos dias em que chove e em 60% dos dias em que não chove.

a) Num dia em que chove qual a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta?

0.54 ☐ 0.30 ☐ 0.60 ☐ 0.10 X

b) Determine a probabilidade de ocorrência de pressão atmosférica alta.

2. As quantidades (**dezenas de kgs**) de matérias primas X e Y incorporadas por dia em certo produto são variáveis aleatórias com distribuição conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2k \qquad (0 < x < 2; \quad 0 < y < k)$$

a) Verifique que $k = \frac{1}{2}$ e calcule a probabilidade de o consumo diário da matéria prima X o consumo diário da matéria prima Y.

b) Determine a quantidade média da matéria prima X incorporada no produto num dia em que foram incorporados 3 kgs da matéria prima Y. O que pode concluir, com base no resultado, sobre a independência das variáveis?

3. O número de reclamações recebidas numa central telefónica em cada 20 minutos tem uma distribuição de Poisson de média 3.

a) Determine a probabilidade de o número de reclamações recebidas numa hora ser no mínimo de 7.

0.9089 ☐ 0.6761 ☐ 0.7932 X 0.8829 ☐

b) Qual a probabilidade de se ter de esperar menos de 3 minutos pela 1ª reclamação?

0.9999 ☐ 0.0001 ☐ 0.4066 ☐ 0.6376 X

c) Seleccionados ao acaso 6 períodos de 10 minutos qual a probabilidade de em 3 deles terem sido recebidas 5 reclamações por período.

4. A duração do “chip” de um certo tipo de computadores é uma variável aleatória X com média θ e variância θ^2. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra casual de uma população desses “chip” e

$$T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \frac{1 + \sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

uma estatística a utilizar para estimar o parâmetro θ.

Use uma distribuição assimptótica para aproximar θ. Considere uma amostra de dimensão $n = 100$ e $\theta = 10$.

$$P[T(X_1, X_2, \cdots, X_n) \geq 12]$$