1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\,1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\,\lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se acontecimentos A e B são independentes então não são incompatíveis	X	
Se acontecimentos A e B são incompatíveis e $A\cup B=\Omega$, então A e B formam uma partição de Ω.	X	
Se $P(\bar{A})={}^1/_6$ e $P(B)={}^2/_3$ então $P(A\vert B)=0$		X
$P(A-B)=P(A)-P(B)$ se e só se $B\subset A$	X	

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$ e $a\in\Re$
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O conjunto $\{x\in\mathbb{R}: P(X=x)>0\}$ é sempre finito		X
Se $a,b\in$ ▯$,a<b$ então $P(a\leq X<b)=F(b-0)-F(a)$		X
A variável aleatória $Y=\varphi(X)$ pode ser discreta, contínua ou mista		X
$F(x)$ não é contínua à esquerda	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_y(y)$função distribuição marginal de Y.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja ξ_α o quantil de ordem α da v.a. X. Então se $\alpha_1\geq\alpha_2\Rightarrow\xi_{\alpha_1}\leq\xi_{\alpha_2}$		X
Se $E(XY)=E(X).E(Y)$ pode concluir-se que X e Y são v.a.(s) independentes		X
A probabilidade condicionada $P(X\leq x\vert Y\leq y)=F_{X,Y}(x,y)/F_Y(y),\ F_Y(y)>0$	X	
$Var(X-2Y)=Var(X)-2Var(Y)$ se e só se X e Y forem independentes		X

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X_1 \sim N(1{,}1)$ e $X_2 \sim N(2{,}1)$, X_1, X_2 independentes então $(X_1-1)^2+(X_2-2)^2 \sim \chi^2_{(2)}$	X	
Seja uma sucessão de n provas independentes de Bernoulli com probabilidade de sucesso igual a $2/3$. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $2n/3$		X
Se $X_1 \sim G(2{,}1)$ e $X_2 \sim G(3{,}2)$, X_1, X_2 independentes então $2X_1 + 4X_2 \sim \chi^2_{(10)}$	X	
Se $X \sim F(m.n)$ então $1/X \sim F(n,m)$	X	

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n>2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

	V	F
A variância da média da amostra coincide com a variância da população		X
$\frac{Max\{X_i\}-Min\{X_i\}}{2} - \mu$ é uma estatística		X
A média da população é uma variável aleatória		X
Se $X \sim N(0,\sigma^2) \Rightarrow P(\overline{X}>a) = P(\overline{X}<-a)\ \forall a \in$	X	

6. Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos $M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$. Dada uma amostra aleatória de dimensão 3, calcule o valor esperado de $T = \sum_{i=1}^{3} X_i$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Prove que se X e Y forem variáveis aleatórias discretas e independentes, $E(Y|X=x_i) = E(Y)$ [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \varnothing$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\mathrm{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY) = a^2\mathrm{Var}(X) + b^2\mathrm{Var}(Y) + 2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X\left[E(Y \mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X{}^{(r)}(0)$;

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = \left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda > 0, x = 0,1,\cdots)$; $X \sim B(n,\theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n > 1, x = 0,1,\cdots,n)$

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $(x < 0)$; $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \overline{X}^2$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

$X \sim \chi^2_{(n)}$ então $E(X) = n$; $\mathrm{Var}(X) = 2n$; $X \sim N(0;\ 1) \Rightarrow X^2 \sim \chi^2_{(1)}$; $X \sim G(n;\ \lambda) \Rightarrow 2\lambda X \sim \chi^2_{(2n)}$;

$X \sim N(0;1)$ e $Y \sim \chi^2_{(n)} \Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n} \sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva, de um espaço de resultados Ω .
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com* ***X*** *na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se acontecimentos A e B são independentes então são sempre incompatíveis		X
Se acontecimentos A e B são independentes e $A \cup B = \Omega$, então A e B formam uma partição de Ω.		X
Se $P(\overline{A}) = {}^{1}\!/_{6}$ e $P(B) = {}^{2}\!/_{3}$ então $P(A\mid B) > 0$	X	
$P(A-B) = P(A) - P(B)$ se e só se $A \subset B$		X

2. Seja X uma variável aleatória contínua com função de distribuição $F(x)$, função densidade de probabilidade $f(x)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com* ***X*** *na quadrícula respectiva*:

	V	F
O conjunto $\{x \in \mathbb{R}: P(X = x) > 0\} = \emptyset$	X	
Se $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ então $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a-0)$	X	
Se a variável aleatória $Y = \varphi(X)$ então Y só pode ser contínua ou mista		X
$F(x)$ é contínua em todo o seu domínio	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_y(y)$função distribuição marginal de Y.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com* ***X*** *na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja ξ_α o quantil de ordem α da v.a. X. Então se $\alpha_1 \leq \alpha_2 \Rightarrow \xi_{\alpha_1} \leq \xi_{\alpha_2}$	X	
Se $E(XY) \neq E(X).E(Y)$ pode concluir-se que X e Y não são v.a.(s) independentes	X	
A probabilidade condicionada $P(Y \leq y \mid X \leq x) = F_{X,Y}(x,y)/F_Y(y),\ F_Y(y) > 0$		X
$Var(X-2Y) = Var(X) - 4Var(Y)$ se e só se X e Y forem independentes		X

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se $X_1 \sim N(1,1)$ então $(X_1 - 1)^2 \sim \chi^2_{(2)}$		X
Seja uma sucessão de n provas independentes de Bernoulli com probabilidade de sucesso igual a $2/3$. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $2n/9$	X	
Se $X_1 \sim G(1,2)$ e $X_2 \sim G(2,3)$, X_1, X_2 independentes então $2X_1 + 3X_2 \sim \chi^2_{(6)}$		X
Se $X \sim t_{(n)}$ e $Y \sim N(0;1)$ então $E(X) = E(Y)$	X	

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(\overline{X} > a) = P(\overline{X} < -a)\ \forall a \in$ ▯	X	
$\left(\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu\right)/\sigma\sqrt{n}$ é uma estatística		X
A variância da amostra é uma variável aleatória	X	
A variância da média da amostra, se existir, tende para 0 quando a dimensão da amostra tende para infinito	X	

6.Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos $M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$. Dada uma amostra aleatória de dimensão 3, calcule o valor esperado de $T = \sum_{i=1}^{3} X_i$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7.Prove que se X e Y forem variáveis aleatórias discretas e independentes, $E(Y|X = x_i) = E(Y)$

[Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V3

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\text{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\text{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY)=a^2\text{Var}(X)+b^2\text{Var}(Y)+2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\text{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Sejam A e B acontecimentos de um espaço de resultados Ω, com probabilidade positiva. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $A\subset B$ os acontecimentos A e B são incompatíveis		X
Se $P(\bar{A})=P(B)$ então A e B formam uma partição de Ω.		X
Se $A=B$ então $P(A\mid B)=P(A)$		X
$P(A-B)=P(A)-P(B)$ se e só se $B\subset A$	X	

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O conjunto $\{x\in ▯ : P(X=x)>0\}$ pode não ser finito	X	
Se $a,b\in ▯, a<b$ então $P(a<X\leq b)=F(b)-F(a-0)$		X
Se a variável aleatória $Y=\varphi(X)$ então Y só pode ser discreta	X	
$F(x)$ pode ter uma infinidade de pontos de descontinuidade	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_X(x)$função distribuição marginal de X.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja ξ_α o quantil de ordem α de uma v.a. X. Então se $\alpha_1\geq\alpha_2\Rightarrow\xi_{\alpha_1}\geq\xi_{\alpha_2}$	X	
Se $E(XY)=E(X).E(Y)$ pode concluir-se que X e Y são v.a.(s) dependentes		X
A probabilidade condicionada $P(Y\leq y\mid X\leq x)=F_{X,Y}(x,y)/F_X(x),\ F_X(x)>0$	X	
Se X e Y forem dependentes então $E(X-2Y)=E(X)-2E(Y)-2Cov(X,Y)$		X

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X_1 \sim N(1{,}1)$ e $X_2 \sim N(2{,}1)$, X_1, X_2 independentes então $(X_1)^2 + (X_2)^2 \sim \chi^2_{(2)}$		X
Seja uma sucessão de n provas independentes de Bernoulli com probabilidade de sucesso igual a $1/3$. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $n/3$		X
Se $X_1 \sim G(2;1)$ e $X_2 \sim G(3;2)$, X_1, X_2 independentes então $X_1 + 2X_2 \sim \chi^2_{(10)}$		X
Se $X \sim N(2;\ 1)$ e $Y \sim \chi^2_{(10)}$ são v.a.(s) independentes então $(X-2)/\sqrt{Y/10} \sim t(10)$	X	

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se a variância da média da amostra é igual a 0 a variância da população também é igual a 0	X	
nS^2/σ^2 é uma estatística		X
A distribuição da amostra é $F_{X_1,\cdots,X_n}(x_1, \cdots, x_n) = [P(X \le x)]^n$		X
A média da população é uma variável aleatória		X

6.Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos $M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$. Dada uma amostra aleatória de dimensão 3, calcule o valor esperado de $T = \sum_{i=1}^{3} X_i$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7.Prove que se X e Y forem variáveis aleatórias discretas e independentes, $E(Y|X = x_i) = E(Y)$ [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas erradas descontam 0,5. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0, x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1, x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se $A\subset B$ os acontecimentos A e B não são independentes	X	
Se $P(A\cap B)=0$ e $P(A\cup B)=1$ então A e B formam uma partição de Ω.	X	
Se $A=B$ então $P(A\mid B)=1$	X	
$P(A-B)=0$ se e só se $B\subset A$		X

2. Seja X uma variável aleatória mista com função de distribuição $F(x)$, função densidade $f(x)$
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
O conjunto $\{x\in\mathbb{R}: P(X=x)>0\}=\emptyset$		X
Se $a,b\in\mathbb{R}, a<b$ e a ponto descontinuidade de então $P(a\leq X<b)=F(b)-F(a-0)$	X	
Se a variável aleatória $Y=\varphi(X)$ então Y não pode ser discreta		X
$F(x)$ é contínua em todo o seu domínio		X

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_X(x)$função distribuição marginal de X.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Seja ξ_α o quantil de ordem α de uma v.a. X. Então se $\alpha_1\leq\alpha_2\Rightarrow\xi_{\alpha_1}\geq\xi_{\alpha_2}$		X
Se X e Y são v.a.(s) independentes pode concluir-se que $E(XY)=E(X).E(Y)$	X	
A probabilidade condicionada $P(X\leq x\mid Y\leq y)=F_{X,Y}(x,y)/F_X(x),\ \ F_X(yx)>0$		X
$Var(X-2Y)=Var(X)+2Var(Y)$ se e só se X e Y forem independentes		X

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X_1 \sim N(0{,}4)$ e $X_2 \sim N(0{,}1)$, X_1, X_2 independentes então $(X_1/2)^2 + (X_2)^2 \sim \chi^2_{(2)}$	X	
Seja uma sucessão de n provas de Bernoulli com probabilidade de sucesso igual a $1/3$. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $n/9$		X
Se $X_1 \sim G(1{,}1)$ e $X_2 \sim G(2{,}2)$, X_1, X_2 independentes então $2X_1 + 4X_2 \sim \chi^2_{(6)}$	X	
Se $X \sim N(2;\ 4)$ e $Y \sim \chi^2_{(10)}$ são v.a.(s) independentes então $(X-2)/\sqrt{Y/10} \sim t(10)$		X

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Numa amostra de dimensão n, $Var(\bar{X}) \neq Var(X)$	X	
$(\bar{X} - \mu)/(\sigma/\sqrt{n})$ é uma estatística		X
A variância da população é uma variável aleatória		X
A distribuição da amostra é $F_{X_1,\cdots,X_n}(x_1, \cdots, x_n) = 1 - [P(X \leq x)]^n$		X

6.Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos $M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$. Dada uma amostra aleatória de dimensão 3, calcule o valor esperado de $T = \sum_{i=1}^{3} X_i$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7.Prove que se X e Y forem variáveis aleatórias discretas e independentes, $E(Y|X = x_i) = E(Y)$

[Cotação: 15]

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-1ºSem. 2011-2012 **09. 01. 12**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações				
1a.(20)	2a.(10)	3a.(10)	3c.(20)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b.(10)	4. (20)	P:

1. Num inquérito sobre o emprego recentemente realizado aos casais de uma dada região obteve-se a seguinte informação: em 80% dos casais pelo menos um dos membros estava empregado; em 40% dos casais em que a mulher estava desempregada o marido partilhava a mesma situação; a percentagem de maridos com emprego era de 76%.

a) Qual a percentagem de casais em que ambos estão empregados?

$$P(mulher\ e\ marido\ empregados) = 0.46$$

b) Seleccionados 20 casais dessa região qual a probabilidade de que no mínimo 6 estejam ambos desempregados?

0.8254 ☐ 0.1958 X 0.0867 ☐ 0.8909 ☐

2. Seja (X, Y) uma v.a bidimensional com seguinte função densidade probabilidade conjunta:

$$\mathrm{f(x,y) = ky \quad (0 < x < y, 0 < y < 1).}$$

a) Mostre que k=3.

b) Construa f(X|Y=y) e identifique o modelo probabilístico.

$$f_{X|Y=y}(x) = 1/y \qquad (0 < y < 1)$$

3. A chegada de clientes ao balcão de uma certa loja, entre as 10 e as 18 horas, segue um processo de Poisson com desvio padrão igual a dois.

a) Determine a probabilidade de nas duas primeiras horas chegar apenas um cliente.

0.7358 ☐ 0.3033 ☐ 0.3679 X 0.9098 ☐

b) Qual a probabilidade do primeiro cliente chegar depois das 12 horas?

0.3033 ☐ 0.1335 ☐ 0.7788 ☐ 0.3679 X

c) Qual a probabilidade da soma dos tempos de espera por três clientes ser superior a 16 horas?

W-tempo de espera por 3 clientes $P(W > 16) = 0.0138$

4. Seja uma população com distribuição uniforme no intervalo $(0, 10)$. Calcule a probabilidade de a média de uma amostra casual de dimensão 36 seleccionada desta população ser inferior a $3{,}7$.

$$P(\bar{X} > 3.7) = 0.0034$$

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-1ºSem. 2011-2012 **09. 01. 12**
Exame Época Normal
2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(10)	3c.(20)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b.(10)	4. (20)	P:

1. Num inquérito sobre o emprego recentemente realizado aos casais de uma dada região obteve-se a seguinte informação: em 80% dos casais pelo menos um dos membros estava empregado; em 40% dos casais em que a mulher estava desempregada o marido partilhava a mesma situação; a percentagem de maridos com emprego era de 76%.

a) Qual a percentagem de casais em que ambos estão empregados?

b) Seleccionados 15 casais dessa região qual a probabilidade de que pelo menos 4 estejam ambos desempregados?

0.3518 ☐ 0.7499 ☐ 0.8124 ☐ 0.1642 ☐

2. Seja (X, Y) uma v.a bidimensional com seguinte função densidade probabilidade conjunta:

$$f(x, y) = ky \quad (0 < x < y, 0 < y < 1).$$

a) Mostre que k=3.

b) Construa f(X|Y=y) e identifique o modelo probabilístico.

3. A chegada de clientes ao balcão de uma certa loja, entre as 10 e as 18 horas, segue um processo de Poisson com desvio padrão igual a dois.

a) Determine a probabilidade de nas quatro primeiras horas chegar apenas um cliente.

0.4060 ☐ 0.2707 ☐ 0.3679 ☐ 0.7358 ☐

b) Qual a probabilidade do primeiro cliente chegar depois das 13 horas?

0.2231 ☐ 0.7768 ☐ 0.5578 ☐ 0.4724 ☐

c) Qual a probabilidade da soma dos tempos de espera por três clientes ser superior a 16 horas?

4. Seja uma população com distribuição uniforme no intervalo $(0, 10)$. Calcule a probabilidade de a média de uma amostra casual de dimensão 36 seleccionada desta população ser inferior a $3{,}7$.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-1ºSem. 2011-2012 **09. 01. 12**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(10)	3c.(20)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b.(10)	4. (20)	P:

1. Num inquérito sobre o emprego recentemente realizado aos casais de uma dada região obteve-se a seguinte informação: em 80% dos casais pelo menos um dos membros estava empregado; em 40% dos casais em que a mulher estava desempregada o marido partilhava a mesma situação; a percentagem de maridos com emprego era de 76%.

a) Qual a percentagem de casais em que ambos estão empregados?

b) Seleccionados 20 casais dessa região qual a probabilidade de que pelo menos 8 estejam ambos desempregados?

0.9778 ☐ 0.01 ☐ 0.0321 ☐ 0.9455 ☐

2. Seja (X, Y) uma v.a bidimensional com seguinte função densidade probabilidade conjunta:

$$f(x,y) = ky \quad (0 < x < y, 0 < y < 1).$$

a) Mostre que k=3.

b) Construa f(X|Y=y) e identifique o modelo probabilístico.

3. A chegada de clientes ao balcão de uma certa loja, entre as 10 e as 18 horas, segue um processo de Poisson com desvio padrão igual a dois.

a) Determine a probabilidade de nas duas primeiras horas chegarem dois clientes.

0.9856 ☐ 0.1839 ☐ 0.9197 ☐ 0.0758 ☐

b) Qual a probabilidade do primeiro cliente chegar depois das 11 horas?

0.6065 ☐ 0.7788 ☐ 0.2231 ☐ 0.3935 ☐

c) Qual a probabilidade da soma dos tempos de espera por três clientes ser superior a 16 horas?

4. Seja uma população com distribuição uniforme no intervalo $(0, 10)$. Calcule a probabilidade de a média de uma amostra casual de dimensão 36 seleccionada desta população ser inferior a $3{,}7$.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-1ºSem. 2011-2012 **09. 01. 12**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(10)	3a.(10)	3c.(20)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b.(10)	4. (20)	P:

1. Num inquérito sobre o emprego recentemente realizado aos casais de uma dada região obteve-se a seguinte informação: em 80% dos casais pelo menos um dos membros estava empregado; em 40% dos casais em que a mulher estava desempregada o marido partilhava a mesma situação; a percentagem de maridos com emprego era de 76%.

a) Qual a percentagem de casais em que ambos estão empregados?

b) Seleccionados 10 casais dessa região qual a probabilidade de que pelo menos metade estejam ambos desempregados?

0.9119 ☐ 0.9736 ☐ 0.0064 ☐ 0.0328 ☐

2. Seja (X, Y) uma v.a bidimensional com seguinte função densidade probabilidade conjunta:

$$f(x, y) = ky \quad (0 < x < y, 0 < y < 1).$$

a) Mostre que k=3.

b) Construa f(X | Y=y) e identifique o modelo probabilístico.

3. A chegada de clientes ao balcão de uma certa loja, entre as 10 e as 18 horas, segue um processo de Poisson com desvio padrão igual a dois.

a) Determine a probabilidade de nas quatro primeiras horas chegarem 4 clientes.

0.9963 ☐ 0.0153 ☐ 0.9473 ☐ 0.0902 ☐

b) Qual a probabilidade do primeiro cliente chegar depois das 14 horas?

0.6065 ☐ 0.3679 ☐ 0.1353 ☐ 0.8647 ☐

c) Qual a probabilidade da soma dos tempos de espera por três clientes ser superior a 16 horas?

4. Seja uma população com distribuição uniforme no intervalo $(0, 10)$. Calcule a probabilidade de a média de uma amostra casual de dimensão 36 seleccionada desta população ser inferior a $3{,}7$.