1ª Parte - Teórica – 40 minutos V1

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\mathrm{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY) = a^2\mathrm{Var}(X) + b^2\mathrm{Var}(Y) + 2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X\left[E(Y \mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X{}^{(r)}(0)$

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = \left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x\,!\,(\lambda > 0, x = 0,1,\cdots)$; $X \sim B(n,\theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n > 1, x = 0,1,\cdots,n)$

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $(x < 0)$ e $M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$; $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \overline{X}^2$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

; $X \sim \chi^2_{(n)}$ então $E(X) = n$; $\mathrm{Var}(X) = 2n$; $M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}, s < \dfrac{1}{2}$; $\gamma_1 = \sqrt{8/n}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Numa experiência aleatória o conjunto de resultados possíveis e o resultado de uma dada experiência são conhecidos.		X
Calculou-se a probabilidade de saída da face 6 no lançamento de um dado dividindo o número de casos favoráveis pelo de casos possíveis. Aplicou-se o conceito clássico de probabilidade.	X	
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se A e B são incompatíveis então P(A|B)=0	X	
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então os acontecimentos A_1, A_2 e A_3 não são independentes.	X	

2. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
O preço de uma acção seleccionada no fecho da Bolsa de Valores de New York pode ser representada por uma variável aleatória contínua.	X	
Sejam a e c números inteiros $(a < c)$. Se X é uma variável aleatória discreta então $P(a \leq X < c) = F_X(c) - F_X(a-0)$		X
Se X é uma variável aleatória discreta então $\forall x \in D_X, \quad P(X \leq x) \leq P(X \leq x+h)\ quando\ h > 0$	X	
Seja X uma variável aleatória contínua e $Y = \varphi(X)$ uma função real de variável real então Y só pode ser contínua.		X

3. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se X é uma variável aleatória discreta e D_X for um conjunto finito então $E(X)$ existe sempre.	X	
Se a $Cov(X,Y) = 0$ nada se pode concluir sobre a independência das variáveis X e Y.	X	
Se X e Y são identicamente distribuídas então $M_X(s) = M_Y(s)$	X	
Se X e Y são independentes então $f_{X\|Y=y}(x) = f_X(x)$	X	

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se X_i é v.a. associada à i-ésima prova de Bernoulli com probabilidade de sucesso θ então o número de sucessos em n provas independentes tem distribuição Binomial de parâmetros n, θ.	X	
Sejam as variáveis aleatórias independentes $X_i \sim Po(\lambda_i)$ $i = 1,2,\cdots,k$. A variável aleatória $W = X_1 + \cdots + X_k$ tem distribuição de Poisson de média igual a $\sum_{i=1}^{k} \lambda_i$.	X	
Se X tem distribuição normal estandardizada, então $\mu'_3 = 0$	X	
Se um certo tipo de ocorrências seguir um processo de Poisson com ritmo λ por unidade de tempo, a variância do tempo de espera pela 1ª ocorrência é igual a λ.		X

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X com parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras independentes de dimensão n de uma mesma população X. Então $Var(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) = 2Var(X)/n$	X	
O valor esperado da média da amostra de uma população X é inferior à média da população.		X
Se $X \sim t_{(n)}$ então $P(X \geq x) > P(X \leq -x)$ $\forall x \in$ ▯.		X
Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra aleatória de uma população X. Então $(X_1 + X_n)/2$ não é uma estatística.		X

6. Seja X uma v.a. com distribuição de Poisson de parâmetro λ. Mostre que a variância da v.a. X é igual ao dobro de $\frac{P(X=2)}{P(X=1)}$ **.** [Cotação: 15]

$$\text{Se } X \sim Po(\lambda) = f_X(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}.$$

$$\text{Então } \frac{P(X=2)}{P(X=1)} = \frac{\frac{e^{-\lambda}\lambda^2}{2!}}{\frac{e^{-\lambda}\lambda^1}{1!}} = \frac{\lambda^2}{2\lambda} = \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \frac{P(X=2)}{P(X=1)} = \frac{var(X)}{2}$$

$$\Leftrightarrow var(X) = 2 * \frac{P(X=2)}{P(X=1)}$$

7. Prove usando a função geradora de momentos que a média de uma variável com distribuição exponencial é igual a $1/\lambda$. [Cotação: 15]

$$\text{Se } X \sim Po(\lambda) \Rightarrow M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s} \Rightarrow M'_X(s) = \frac{\lambda}{(\lambda - s)^2} \Rightarrow E(X) = M'_X(0) = \frac{\lambda}{(\lambda - 0)^2} = \frac{1}{\lambda}$$

ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, ER** **26. 06. 12**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V2

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X^{(r)}(0)$;

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots);X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x<0)$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=nS^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2}, s<\dfrac{1}{2}$; $\gamma_1=\sqrt{8/n}$; $\gamma_2=3+12/n$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Numa experiência aleatória o conjunto de resultados possíveis é conhecido mas o resultado da experiência nunca pode ser previsto de forma exacta.	X	
O cálculo da probabilidade do número de lançamentos de um dado até sair a face 2 é um exemplo de aplicação do conceito clássico de probabilidade.		X
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se $A\subset B$ então P(A|B)=1.		X
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então os acontecimentos A_1, A_2 e A_3 são independentes.		X

2. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se se seleccionar ao acaso uma acção, o número de transacções dessa acção negociadas em certo dia pode ser representado por uma variável aleatória discreta.	X	
Sejam a e c números inteiros $(a<c)$. Se X é uma variável aleatória contínua então $P(a\leq X<c)=F_X(c)-F_X(a)$	X	
Se X é uma variável aleatória contínua então $\forall x\in ▯,\quad P(X\leq x)\geq P(X\leq x+h)\ quando\ h>0$		X
Seja X uma variável aleatória contínua e $Y=\varphi(X)$ uma função real de variável real então Y pode ser discreta	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se X é uma variável aleatória discreta e D_X for uma infinidade numerável o $E(X)$ existe sempre.		X
Se a $Cov(X,Y)=0$ as variáveis X e Y são independentes.		X
$M_X(s)=M_Y(s)$ se e só se X e Y tiverem a mesma distribuição.	X	
Se X e Y são independentes então $f_{Y\|X=x}(y)=f_Y(y)$	X	

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se X_i é v.a. associada à i-ésima prova de Bernoulli com probabilidade de sucesso θ então o número de insucessos em n provas independentes tem distribuição Binomial de parâmetros n, θ		X
Sejam as variáveis aleatórias independentes $X_i \sim Po(\lambda_i)$ $i = 1,2,\cdots,k$. A variável aleatória $W = X_1 + \cdots + X_k$ tem distribuição de Poisson de média igual a $k\lambda_1$.		X
Se X tem distribuição normal de média μ e variância σ^2, então $\mu'_2 = 0$		X
Se um certo tipo de ocorrências seguir um processo de Poisson com ritmo λ por unidade de tempo, a variância do tempo de espera pela 1ª ocorrência é igual a $1/\lambda$.		X

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias amostrais de dimensão n de uma população X. então $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = 0$.	X	
A variância da média da amostra de uma população X é igual à variância da população.		X
Se $X \sim t_{(n)}$ então $P(X \leq -x) = P(X \geq x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$.	X	
$(X_1 + X_n)/2$ é uma estatística.	X	

6. Seja X uma v.a. com distribuição de Poisson de parâmetro λ. Mostre que a variância da v.a. X é igual ao dobro de $\frac{P(X=2)}{P(X=1)}$. [Cotação: 15]

7. Prove usando a função geradora de momentos que a média de uma variável com distribuição exponencial é igual a $1/\lambda$. [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V3

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\emptyset$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2}, s<\dfrac{1}{2}$; $\gamma_1=\sqrt{8/n}$; $\gamma_2=3+12/n$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Numa experiência aleatória o conjunto de resultados possíveis e o resultado da experiência pode ser previsto de forma exacta.		X
O cálculo da probabilidade de ocorrência de uma paragem numa linha de produção durante um dia, baseado na frequência de paragens ocorridas em cada um dos dias de um ano é uma aplicação do conceito frequencista de probabilidade.	X	
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se $B\subset A$ então P(A|B)=1	X	
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então os acontecimentos A_1, A_2 e A_3 não são independentes.	X	

2. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A variação percentual dos ganhos anuais entre 2010 e 2011 de uma empresa aleatoriamente seleccionada pode ser representado por uma variável aleatória discreta.		X
Sejam $a<c$, números inteiros. Se X é uma variável aleatória discreta então $P(a<X<c)=F_X(c)-F_X(a)$		X
Se X é uma variável aleatória contínua então $\forall x\in$ ▯, $P(X\leq x)>P(X\leq x+h)\ quando\ h<0$	X	
Seja X uma variável aleatória discreta e $Y=\varphi(X)$ uma função real de variável real então Y pode ser discreta ou contínua.		X

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se X é uma variável aleatória discreta e D_X for um conjunto finito o $E(X)$ pode não existir.		X
Se a $Cov(X,Y)\neq 0$ as variáveis X e Y são independentes.		X
Se as variáveis X e Y são identicamente distribuídas, então $M_X(s)=M_Y(s)$.	X	
Se $f_{X\mid Y=y}(x)\neq f_X(x)$ as variáveis X e Y são dependentes.	X	

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $\mathrm{X_i}$ é v.a. associada à i-ésima prova de Bernoulli com probabilidade de sucesso θ então o número de sucessos em n provas independentes tem distribuição Binomial de parâmetros n, θ	X	
Sejam as variáveis aleatórias independentes $X_i \sim Po(\lambda)$ $i = 1,2, \cdots, k$. A variável aleatória $W = X_1 + \cdots + X_k$ tem distribuição de Poisson de média igual a $k\lambda$.	X	
Se X tem distribuição normal estandardizada, então $\mu'_5 = 0$	X	
Se um certo tipo de ocorrências seguir um processo de Poisson com ritmo λ por unidade de tempo, a variância do tempo de espera pela 1ª ocorrência é igual a $1/\lambda^2$.	X	

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X com parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras independentes de dimensão n de uma população X. Então $Var[(\bar{X}_1 + \bar{X}_2)/2\,] = Var(X)/2n$	X	
O valor esperado da média da amostra de uma população X é igual à média da população.	X	
Se $X \sim t_{(n)}$ então a $P(X \leq \mu) = P(X \geq \mu) = 0.5$.	X	
$(X_1 + X_n)/\sigma$ é uma estatística.		X

6. Seja X uma v.a. com distribuição de Poisson de parâmetro λ. Mostre que a variância da v.a. X é igual ao dobro de $\frac{P(X=2)}{P(X=1)}$. [Cotação: 15]

7. Prove usando a função geradora de momentos que a média de uma variável com distribuição exponencial é igual a $1/\lambda$. [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V4

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\emptyset$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\text{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\text{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY)=a^2\text{Var}(X)+b^2\text{Var}(Y)+2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=nS^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\text{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2}, s<\dfrac{1}{2}$; $\gamma_1=\sqrt{8/n}$; $\gamma_2=3+12/n$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*.

1. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva.*

	V	F
Numa experiência aleatória o conjunto de resultados possíveis é conhecido mas o resultado da experiência nunca pode ser previsto de forma exacta.	X	
O cálculo da probabilidade de ocorrência de uma paragem numa linha de produção, baseado no conhecimento das causas de paragem no passado é uma aplicação do conceito subjectivo de probabilidade.	X	
Sejam A e B acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Se A e B são independentes então P(A|B)=P(B).		X
Se A_1, A_2 e A_3 constituem uma partição do espaço de resultados, então os acontecimentos A_1, A_2 e A_3 são independentes.		X

2. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva.*

	V	F
Os ganhos trimestrais de uma determinada empresa seleccionada aleatoriamente pode ser representada por uma variável discreta.		X
Sejam $a<c$, números inteiros. Se X é uma variável aleatória contínua então $P(a<X<c)=F_X(c)-F_X(a)$	X	
Se X é uma variável aleatória discreta então $\forall x\in D_X,\quad P(X\leq x)\geq P(X\leq x+h)\ \ quando\ h<0$	X	
Seja X uma variável aleatória discreta e $Y=\varphi(X)$uma função real de variável real, então Y só pode ser discreta	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva.*

	V	F
Se X é uma variável aleatória discreta e D_X for uma infinidade numerável o $E(X)$ não existe.		X
Se a $Cov(X,Y)=0$ as variáveis X e Y não são independentes.		X
Se $M_X(s)=M_Y(s)$ então as variáveis X e Y são identicamente distribuídas.	X	
Se $f_{Y\mid X=x}(y)\neq f_Y(y)$ as variáveis X e Y são dependentes.	X	

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $\mathrm{X_i}$ é v.a. associada à i-ésima prova de Bernoulli com probabilidade de sucesso θ então o número de insucessos em n provas independentes tem distribuição Binomial de parâmetros $n, 1-\theta$.	X	
Sejam as variáveis aleatórias independentes $X_i \sim Po(\lambda_i)$ $i = 1,2,\cdots,k$ e $\lambda = \lambda_i = \lambda_j$ $i \neq j$, a variável aleatória $W = X_1 + \cdots + X_k$ tem distribuição de Poisson de média igual a $k\lambda$.	X	
Se X tem distribuição normal de média μ e variância σ^2, então $\mu'_4 = 0$		X
Se um certo tipo de ocorrências seguir um processo de Poisson com ritmo λ por unidade de tempo, a variância do tempo de espera pela 1ª ocorrência é igual a λ^2.		X

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X com parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias amostrais de dimensão n de uma mesma população X, então $P(\bar{X}_1 > x) = P(\bar{X}_2 > x)$.	X	
O valor esperado da média da amostra de uma população X é inferior à média da população.		X
Se $X \sim t_{(n)}$ então a média e a mediana de X são iguais.	X	
$(X_1 + X_n)/\sigma$ não é uma estatística.	X	

6. Seja X uma v.a. com distribuição de Poisson de parâmetro λ. Mostre que a variância da v.a. X é igual ao dobro de $\frac{P(X=2)}{P(X=1)}$. [Cotação: 15]

7. Prove usando a função geradora de momentos que a média de uma variável com distribuição exponencial é igual a $1/\lambda$. [Cotação: 15]

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-2ºSem. 2011-2012 **26. 06. 12**

Exame Época Recurso

2ª Parte – Prática – 80 minutos V1

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(10)	3b.(20)	4.(20)	P:

1. Numa fábrica efectuou-se uma inspecção a cada um dos artigos de determinado stock a fim de se excluírem os deteriorados. Nessa inspecção a probabilidade de se excluir do stock um artigo bom é de 0,1. A probabilidade de não se excluir um artigo deteriorado é de 0.05. O resultado da inspecção levou à exclusão de 27% dos artigos em stock. Tendo em conta esta informação determine:

a) A probabilidade de se excluir um artigo deteriorado.

0.95 X   0.05 ☐   0.1 ☐   0.9 ☐

b) A percentagem de artigos bons que compunham o stock.

$$P(B) = 0.8$$

2. Num estabelecimento são vendidos dois tipos de produtos A e B. Sejam X, Y as variáveis aleatórias que representam respectivamente as vendas diárias dos produtos A e B. A experiência passada da venda destes produtos permite estabelecer que:

- nunca se vende mais do que uma unidade de qualquer um dos produtos por dia;
- em 50% dos dias vende-se uma unidade do produto A e em 40% dos dias não se vende qualquer unidade do produto B;
- nos dias em que não se vende qualquer unidade do produto A, vende-se em média 0.8 unidades do produto B.

a) Obtenha a função probabilidade conjunta das vendas diárias dos produtos A e B.

.

Y \ X	0	1	$f_y(y)$
0	0.1	0.3	0.4
1	0.4	0.2	0.6
$f_X(x)$	0.5	0.5	

b) Determine a probabilidade de em 15 dias se venderem pelo menos 5 unidades do produto A.

0.9583 ☐   0.9408 X   0.8491 ☐   0.9084 ☐

3. O atendimento de clientes numa dependência de um Banco segue um processo de Poisson de ritmo 4 por minuto. Na sua publicidade o Banco chama a atenção para o rápido atendimento aos seus balcões.

a) Determine a probabilidade de, em 5 minutos, serem atendidos mais de 25 clientes na dita dependência..

0.1568 ☐ 0.9554 ☐ 0.9443 ☐ 0.1122 X

b) Num momento em que existe uma fila de 5 pessoas qual a probabilidade de a última ter de esperar mais de 2 minutos para ser atendida?

$$X - \text{número de clientes atendidos por minuto} \sim Po(4)$$
$$Y - \text{tempo de atendimento de um cliente} \sim Ex(4)$$
$$W - \text{tempo de atendimento de } 5 \text{ clientes} \sim G(5,4)$$

$$P(W > 2) = 0.0996$$

c) Se se tiver uma amostra do tempo de atendimento de 2 clientes. Determine a probabilidade de o tempo de atendimento mais rápido ter sido inferior a 30 segundos.

0.7476 ☐ 0.9817 X 1 ☐ 0.0025 ☐

4. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra aleatória de uma população com variância 1. Se se tomar a média da amostra para estimar a média da população, qual a dimensão da amostra a considerar para assegurar um erro de estimação inferior, em valor absoluto, a 0,1 com uma probabilidade de 95%.

$$n = 385$$

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2011-2012 **26. 06. 12**

Exame Época Recurso

2ª Parte – Prática – 80 minutos V2

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações				
1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(10)	3b.(20)	4.(20)	P:

1. Numa fábrica efectuou-se uma inspecção a cada um dos artigos de determinado stock a fim de se excluírem os deteriorados. Nessa inspecção a probabilidade de se excluir do stock um artigo bom é de 0,1. A probabilidade de não se excluir um artigo deteriorado é de 0.05. O resultado da inspecção levou à exclusão de 27% dos artigos em stock. Tendo em conta esta informação determine:

a) A probabilidade de não se excluir um artigo bom.

0.95 ☐ 0.05 ☐ 0.1 ☐ 0.9 X

b) A percentagem de artigos bons que compunham o stock.

2. Num estabelecimento são vendidos dois tipos de produtos A e B. A experiência passada da venda destes produtos permite estabelecer que:

- nunca se vende mais do que uma unidade de qualquer um dos produtos por dia;
- em 50% dos dias vende-se uma unidade do produto A e em 40% dos dias não se vende qualquer unidade do produto B;
- nos dias em que não se vende qualquer unidade do produto A, vende-se em média 0.8 unidades do produto B.

a) Obtenha a função probabilidade conjunta das vendas diárias dos produtos A e B.

b) Determine a probabilidade de em 10 dias se venderem pelo menos 5 unidades do produto A.

0.7949 ☐ 0.6230 X 0.3770 ☐ 0.7539 ☐

3. O atendimento de clientes numa dependência de um Banco segue um processo de Poisson de ritmo 4 por minuto. Na sua publicidade o Banco chama a atenção para o rápido atendimento aos seus balcões.

a) Determine a probabilidade de, em 3 minutos, serem atendidos mais de 20 clientes na dita dependência..

0.0213 ☐ 0.9903 ☐ 0.9839 ☐ 0.0116 X

b) Num momento em que existe uma fila de 5 pessoas qual a probabilidade de a última ter de esperar mais de 2 minutos para ser atendida?

c) Se se tiver uma amostra do tempo de atendimento de 3 clientes. Determine a probabilidade de o tempo de atendimento mais rápido ter sido inferior a 30 segundos.

0.9975 X 0.0025 ☐ 1 ☐ 0.6465 ☐

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra aleatória de uma população com variância 1. Se se tomar a média da amostra para estimar a média da população, qual a dimensão da amostra a considerar para assegurar um erro de estimação inferior, em valor absoluto, a 0,1 com uma probabilidade de 95%.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2011-2012 **26. 06. 12**

Exame Época Recurso

2ª Parte – Prática – 80 minutos V3

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(10)	3b.(20)	4.(20)	P:

1. Numa fábrica efectuou-se uma inspecção a cada um dos artigos de determinado stock a fim de se excluírem os deteriorados. Nessa inspecção a probabilidade de se excluir do stock um artigo bom é de 0,1. A probabilidade de não se excluir um artigo deteriorado é de 0.05. O resultado da inspecção levou à exclusão de 27% dos artigos em stock. Tendo em conta esta informação determine:

a) A probabilidade de se excluir um artigo deteriorado.

0.9 ☐ 0.05 ☐ 0.1 ☐ 0.95 ☐

b) A percentagem de artigos bons que compunham o stock.

2. Num estabelecimento são vendidos dois tipos de produtos A e B. A experiência passada da venda destes produtos permite estabelecer que:

- nunca se vende mais do que uma unidade de qualquer um dos produtos por dia;
- em 50% dos dias vende-se uma unidade do produto A e em 40% dos dias não se vende qualquer unidade do produto B;
- nos dias em que não se vende qualquer unidade do produto A, vende-se em média 0.8 unidades do produto B.

a) Obtenha a função probabilidade conjunta das vendas diárias dos produtos A e B.

b) Determine a probabilidade de em 15 dias se venderem pelo menos 10 unidades do produto A.

0.0592 ☐ 0.8473 ☐ 0.1509 X 0.9084 ☐

3. O atendimento de clientes numa dependência de um Banco segue um processo de Poisson de ritmo 4 por minuto. Na sua publicidade o Banco chama a atenção para o rápido atendimento aos seus balcões.

a) Determine a probabilidade de, em 3 minutos, serem atendidos mais de 15 clientes na dita dependência.

0.2280 ☐ 0.9095 ☐ 0.1556 X 0.9276 ☐

b) Num momento em que existe uma fila de 5 pessoas qual a probabilidade de a última ter de esperar mais de 2 minutos para ser atendida?

c) Se se tiver uma amostra do tempo de atendimento de 4 clientes. Determine a probabilidade de o tempo de atendimento mais rápido ter sido inferior a 30 segundos.

0.5590 ☐ 0.0003 ☐ 1 ☐ 0.9997 X

6. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra aleatória de uma população com variância 1. Se se tomar a média da amostra para estimar a média da população, qual a dimensão da amostra a considerar para assegurar um erro de estimação inferior, em valor absoluto, a 0,1 com uma probabilidade de 95%.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2011-2012 **26. 06. 12**

Exame Época Recurso

2ª Parte – Prática – 80 minutos V4

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(20)	3a.(10)	3c.(10)	T:
1b.(20)	2b.(10)	3b.(20)	4.(20)	P:

1. Numa fábrica efectuou-se uma inspecção a cada um dos artigos de determinado stock a fim de se excluírem os deteriorados. Nessa inspecção a probabilidade de se excluir do stock um artigo bom é de 0,1. A probabilidade de não se excluir um artigo deteriorado é de 0.05. O resultado da inspecção levou à exclusão de 27% dos artigos em stock. Tendo em conta esta informação determine:

a) A probabilidade de não se excluir um artigo bom.

0.95 ☐ 0.9 X 0.1 ☐ 0.05 ☐

b) A percentagem de artigos bons que compunham o stock.

2. Num estabelecimento são vendidos dois tipos de produtos A e B. A experiência passada da venda destes produtos permite estabelecer que:

- nunca se vende mais do que uma unidade de qualquer um dos produtos por dia;
- em 50% dos dias vende-se uma unidade do produto A e em 40% dos dias não se vende qualquer unidade do produto B;
- nos dias em que não se vende qualquer unidade do produto A, vende-se em média 0.8 unidades do produto B.

a) Obtenha a função probabilidade conjunta das vendas diárias dos produtos A e B.

b) Determine a probabilidade de em 10 dias se venderem pelo menos 8 unidades do produto A.

0.9561 ☐ 0.0107 ☐ 0.8828 ☐ 0.0547 X

3. O atendimento de clientes numa dependência de um Banco segue um processo de Poisson de ritmo 4 por minuto. Na sua publicidade o Banco chama a atenção para o rápido atendimento aos seus balcões.

a) Determine a probabilidade de, em 4 minutos, serem atendidos mais de 20 clientes na dita dependência..

0.9301 ☐ 0.1318 X 0.9441 ☐ 0.1878 ☐

b) Num momento em que existe uma fila de 5 pessoas qual a probabilidade de a última ter de esperar mais de 2 minutos para ser atendida?

c) Se se tiver uma amostra do tempo de atendimento de 2 clientes. Determine a probabilidade de o tempo de atendimento mais rápido ter sido inferior a 15 segundos.

0.8647 X 0.1353 ☐ 1 ☐ 0.3996 ☐

7. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra aleatória de uma população com variância 1. Se se tomar a média da amostra para estimar a média da população, qual a dimensão da amostra a considerar para assegurar um erro de estimação inferior, em valor absoluto, a 0,1 com uma probabilidade de 95%.