1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\operatorname{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\operatorname{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\operatorname{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\operatorname{Var}(aX+bY)=a^2\operatorname{Var}(X)+b^2\operatorname{Var}(Y)+2ab\operatorname{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x<0)$; $X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow cX\sim G(\alpha,\lambda/c)$ $c=cte$; $\bar X=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\bar X)^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar X^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\operatorname{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2}$, $s<\dfrac{1}{2}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω.

	V	F
O espaço de resultados associado à observação do rendimento anual das famílias é contínuo.	X	
Se A e B são incompatíveis então $P(B)=P(B\cap\bar A)$.	X	
Seja $\{A_1,A_2,A_3\}$ uma partição de Ω e o acontecimento $B\subset\Omega$.. Se B é independente de qualquer dos acontecimentos A_1,A_2,A_3, então $P(B)=P(B)\times P(\Omega)$	X	
Se $\overline{A\cap B}=\Omega$, então $P(A\cap B)=0$	X	

2. Seja X uma variável aleatória com função probabilidade ou densidade de probabilidade $f_X(x)$ e D_X o conjunto de pontos de descontinuidade da função distribuição $F_X(x)$

	V	F
Se X é uma v.a. contínua, $F'_X(x)=f_X(x)$ nos pontos $x\in\mathbb{R}$ em que existe derivada de $F_X(x)$.	X	
Sejam $a<b$, números reais e $P(X<a)>0$, $P(X>b)>0$. Qualquer que seja X tem-se $P(X<a\mid X>b)=0$	X	
$D_X=\emptyset$ não garante que X seja uma v.a. contínua	X	
Se X é uma v.a. contínua, $f_X(x)$ pode assumir valores superiores a 1	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $Y=\mu-X$ então $Var(Y)=\mu^2Var(X)$		X
$P(X<Y)+P(X\geq Y)=1$	X	
Se $Y=X/2$, então $P(Y\leq y)=F_X(2y)$	X	
Se X e Y são variáveis aleatórias independentes então $E(X\mid Y=y)=E(Y)$		X

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com* ***X*** *na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se X é uma variável aleatória contínua, a variável $Y = F_X(x) \sim U(a,b) \quad \forall\, (a,b) \in \mathbb{R}$		X
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e $b = -2\sigma$ uma constante, então $P(X < \mu + b)$ não depende de μ e σ^2	X	
Sejam X_1 e X_2 o número de ocorrências de um processo de Poisson com ritmo médio **λ**, por hora, respectivamente nos intervalos $\Delta t_1 = (0,3)$ e $\Delta t_2 = (0,6)$, então $X_1 + X_2 \sim Po(\,2\lambda)$		X
Se $X \sim B(\,n, \theta)$, então $Y = n - X \sim B(\,n, 1-\theta)$.	X	

5. Considere uma amostra casual simples $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ de dimensão $n > 2$ retirada de uma População X com parâmetros desconhecidos.

	V	F
$Cov(X_i, X_j) = 0 \qquad i \neq j \qquad (i,j = 1,2,\cdots,n)$	X	
$Max\{X_i\}$ e $Min\{X_i\}$ são variáveis aleatórias dependentes	X	
$(\bar{X} - n)^2 / 2S_X'^2$ é uma estatística.	X	
Se existir função geradora de momentos de X $(M_X(s))$ então $E(X_1 + X_2) = 2M_X'(0)$		X

6. Mostre que se A e B forem acontecimentos mutuamente exclusivos então se tem: [Cotação: 15]

$$P(A|A \cup B) = \frac{P(A)}{P(A)+P(B)}$$

$$P(A|A \cup B) = \frac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \frac{P[(A \cap A) \cup (A \cap B)]}{P(A)+P(B)-P(A \cap B)}$$

$$= \frac{P(A)+P(A \cap B)-P[A \cap (A \cap B)]}{P(A)+P(B)-P(A \cap B)} = \frac{P(A)}{P(A)+P(B)}$$

Porque se A e B forem acontecimentos mutuamente exclusivos então

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cap B) = 0 \quad \text{e}$$

$$A \cap (A \cap B) = A \cap \emptyset = \emptyset \Rightarrow P[A \cap (A \cap B)] = 0$$

7. Se $X \sim U(\alpha, \beta)$ determine a distribuição de $Y = F_X(x)$. Justifique cuidadosamente todos os passos. [Cotação: 15]

$Y = F_X(x)$ e por definição $0 < F_X(x) < 1$

A função distribuição de $Y = F_X(x)$ é dada por

$$P(Y \leq y) = P(F_X(x) \leq y) = P\big(X \leq F_X^{-1}(y)\big) = F_X[F_X^{-1}(y)] = y \quad 0 < y < 1$$

então $Y \sim U(0,1)$

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. Nas quest perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\text{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\text{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY)=a^2\text{Var}(X)+b^2\text{Var}(Y)+2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X^{(r)}(0)$;

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots);X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0); X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow cX\sim G(\alpha,\lambda/c)\ \ c=cte;\ \overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\text{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2},\ s<\dfrac{1}{2}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω.

	V	F
O espaço de resultados associado à observação da variação do preço de uma acção de uma empresa é contínua.	X	
Se A e B são incompatíveis então $P(B\|\bar{A})=P(B)/P(\bar{A})$.	X	
Seja $\{A_1,A_2,A_3\}$ uma partição de Ω e o acontecimento $B\subset\Omega$. Se B é independente de qualquer dos acontecimentos A_1,A_2,A_3, então $P(B)\neq P(B)\times P(\Omega)$		X
Se $\overline{A\cap B}=\Omega$, então $P(A\cap B)\neq 0$		X

2. Seja X uma variável aleatória com função probabilidade ou densidade de probabilidade $f_X(x)$ e D_X o conjunto de pontos de descontinuidade da função distribuição $F_X(x)$.

	V	F
$F_X'(x)=f_X(x)$ nos pontos $x\in\mathbb{R}$ em que existe derivada de $F_X(x)$ se e só se X é uma v.a. contínua.		X
Sejam $a<b$, números reais e $P(X>a)>0$, $P(X>b)>0$. Qualquer que seja X tem-se $P(X>a\|X>b)=1$	X	
Se X é uma v.a. contínua então D_X é um intervalo não vazio de $\Re$.		X
Se X for uma variável aleatória, $F_X(x)$ nunca pode assumir valores superiores a 1	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$.

	V	F
Se $Y=\mu-X$ então $Var(Y)=Var(X)$	X	
$P(X<Y)+P(X\geq Y)<1$		X
Se X e Y são variáveis aleatórias independentes então $E(X\|Y=y)=E(X)$	X	
Se $Y=2X$, então $P(Y\leq y)=F_X(y/2)$	X	

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se X é uma variável aleatória contínua, a variável $Y = F_X(x) \sim U(0,1)$	X	
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e $b = -2\sigma$ uma constante, então $P(X < \mu + b)$ depende de μ e σ^2		X
Sejam X_1 e X_2 o número de ocorrências de um processo de Poisson com ritmo médio **λ**, por hora, respectivamente nos intervalos $\Delta t_1 = (0{,}2]$ e $\Delta t_2 = (2{,}5]$, então $X_1 + X_2 \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$	X	
Se $X \sim B(n, \theta)$, então $Y = n - X \sim B(n - x, \theta)$.		X

5. Considere uma amostra casual simples $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ de dimensão $n > 2$ retirada de uma População X com parâmetros desconhecidos e variância positiva.

	V	F
$Cov(X_i, X_j) = \sigma_X^2 \qquad i = j \qquad (i, j = 1, 2, \cdots, n)$	X	
$Max\{X_i\}$ e $Min\{X_i\}$ são variáveis aleatórias independentes		X
$(\bar{X} - \mu_X)^2 / 2S^2$ é uma estatística.		X
Se existir função geradora de momentos de X $(M_X(s))$ então $E(X_1 + X_2) = [M_X'(0)]^2$	X	

6. Mostre que se A e B forem acontecimentos mutuamente exclusivos então se tem:

$$P(A|A \cup B) = \frac{P(A)}{P(A)+P(B)}$$

[Cotação: 15]

7. Se $X \sim U(\alpha, \beta)$ determine a distribuição de $Y = F_X(x)$. Justifique cuidadosamente todos os passos. [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V3

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\text{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\text{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY)=a^2\text{Var}(X)+b^2\text{Var}(Y)+2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow cX\sim G(\alpha,\lambda/c)\ \ c=cte$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\text{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2}$, $s<\dfrac{1}{2}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1 Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω.

	V	F
O espaço de resultados associado à observação do rendimento anual das famílias é discreto.		X
Se A e B são incompatíveis então $P(A)=P(A\cap\bar{B})$.	X	
Seja $\{A_1,A_2,A_3\}$ uma partição de Ω e o acontecimento $B\subset\Omega$. Se B é independente de qualquer dos acontecimentos A_1,A_2,A_3, então $P(B)=P(B)\times P(\Omega)$	X	
Se $\overline{A\cap B}=\Omega$, então $P(A\cap B)=0$	X	

2. Seja X uma variável aleatória com função probabilidade ou densidade de probabilidade $f_X(x)$ e D_X o conjunto de pontos de descontinuidade da função distribuição $F_X(x)$.

	V	F
Se X é uma v.a. discreta, $F'_X(x)=f_X(x)$ nos pontos $x\in D_X$		X
Sejam $a<b$, números reais e $P(X<a)>0$. $P(X>b)>0$ Qualquer que seja X tem-se $P(X>b\mid X<a)=0$	X	
Se $D_X\neq\emptyset$ e $\sum_{x\in D_X}P(X=x)=1$ então X é uma v.a. mista.		X
Se X é uma variável aleatória discreta, $f_X(x)$ não pode assumir valores superiores a 1	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$.

	V	F
Se $Y=\mu-X$ então $Var(Y)=\mu-Var(X)$		X
$P(X\leq Y)+P(X>Y)<1$		X
Se $Y=X/2$, então $P(Y\leq y)=F_X(2y)$	X	
Se X e Y são variáveis aleatórias independentes então $E(X\mid Y=y)=E(Y)$		X

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se X é uma variável aleatória contínua, a variável $Y = F_X(x) \sim U(a,b) \quad \forall\,(a,b) \in \mathbb{R}$		X
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e $b = 2\sigma$ uma constante, então $P(X < \mu + b)$ não depende de μ e σ^2	X	
Sejam X_1 e X_2 o número de ocorrências de um processo de Poisson com ritmo médio **λ**, por hora, respectivamente nos intervalos $\Delta t_1 = (0,2)$ e $\Delta t_2 = (0,5)$, então $X_1 + X_2 \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$		X
Se $X \sim B(n, \theta)$, então $Y = n - X \sim B(n - x, 1 - \theta)$.		X

5. Considere uma amostra casual simples $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ de dimensão $n > 2$ retirada de uma População X com parâmetros desconhecidos e variância positiva.

	V	F
$Cov(X_i, X_j) = 0 \qquad i \neq j \qquad (i, j = 1, 2, \cdots, n)$	X	
$Max\{X_i\}$ e $Min\{X_i\}$ são variáveis aleatórias dependentes	X	
$\bar{X}^2/S^2$ é uma estatística.	X	
Se existir função geradora de momentos de X $(M_X(s))$ então $E(X_1 + X_2) = 2M_X'(0)$		X

6. Mostre que se A e B forem acontecimentos mutuamente exclusivos então se tem:

$$P(A|A \cup B) = \frac{P(A)}{P(A)+P(B)}$$

[Cotação: 15]

7. Se $X \sim U(\alpha, \beta)$ determine a distribuição de $Y = F_X(x)$. Justifique cuidadosamente todos os passos. [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\operatorname{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\operatorname{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\operatorname{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\operatorname{Var}(aX+bY)=a^2\operatorname{Var}(X)+b^2\operatorname{Var}(Y)+2ab\operatorname{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow cX\sim G(\alpha,\lambda/c)\ \ c=cte$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\operatorname{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2},\ s<\dfrac{1}{2}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω.

	V	F
O espaço de resultados associado à observação da variação do preço de uma acção de uma empresa é discreto.		X
Se A e B são incompatíveis então $P(A\mid\bar{B})=P(A)/P(\bar{B})$.	X	
Seja $\{A_1,A_2,A_3\}$ uma partição de Ω e o acontecimento $B\subset\Omega$. Se B é independente de qualquer dos acontecimentos A_1,A_2,A_3, então $P(B)\neq P(B)\times\ P(\Omega)$		X
Se $\overline{A\cap B}=\Omega$, então $P(A\cap B)\neq 0$		X

2. Seja X uma variável aleatória com função probabilidade ou densidade de probabilidade $f_X(x)$ e D_X o conjunto de pontos de descontinuidade da função distribuição $F_X(x)$.

	V	F
Se X é uma variável aleatória mista e $D_X=\{a\}$, então $F_X'(x)=f_X(x)$ nos pontos $x\in\mathbb{R}_{-\{a\}}$ em que existe derivada de $F_X(x)$.	X	
Sejam $a<b$, números reais e $P(X<a)>0$, $P(X<b)>0$. Qualquer que seja X tem-se $P(X<b\mid X<a)=1$	X	
Se X é uma v.a. discreta então D_X é um conjunto de pontos isolados de $\Re$.	X	
Se X é uma variável aleatória, $F_X(x)$ nunca pode assumir valores inferiores a 0	X	

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional discreta com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$.

	V	F
Se $Y=\mu-X$ então $Var(Y)=\mu+Var(X)$		X
Se $Y=2X$, então $P(Y\leq y)=F_X(y/2)$	X	
Se X e Y são variáveis aleatórias independentes então $E(Y\mid X=x)=E(Y)$	X	
$P(X\leq Y)+P(X>Y)<1$		X

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se X é uma variável aleatória contínua, a variável $Y = F_X(x) \sim U(0,1)$	X	
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e $b = 2\sigma$ uma constante, então $P(X < \mu + b)$ depende de μ e σ^2		X
Seja X_1 e X_2 o número de ocorrências de um processo de Poisson com ritmo médio **λ**, por hora, respectivamente nos intervalos $\Delta t_1 = (2{,}5]$ e $\Delta t_2 = (5{,}10]$, então $X_1 + X_2 \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$	X	
Se $X \sim B(n, \theta)$, então $Y = n - X \sim B(n, 1 - \theta)$.	X	

5. Considere uma amostra casual simples de dimensão $n > 2$ retirada de uma População X com parâmetros desconhecidos.

	V	F
$Cov(X_i, X_j) = \sigma_X^2 \qquad i = j \qquad (i, j = 1, 2, \cdots, n)$	X	
$Max\{X_i\}$ e $Min\{X_i\}$ são variáveis aleatórias independentes		X
$\bar{X}^2/2\sigma^2$ é uma estatística.		X
Se existir função geradora de momentos de X $(M_X(s))$ então $E(X_1 + X_2) = [M_X'(0)]^2$	X	

6. Mostre que se A e B forem acontecimentos mutuamente exclusivos então se tem:

$$P(A|A \cup B) = \frac{P(A)}{P(A)+P(B)}$$

[Cotação: 15]

7. Se $X \sim U(\alpha, \beta)$ determine a distribuição de $Y = F_X(x)$. Justifique cuidadosamente todos os passos. [Cotação: 15]

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2012-2013 **01. 07. 13**

Exame Época Recurso

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações				
1a.(10)	2a.(10)	3a.(20)	4a.(10)	T:
1b.(15)	2b.(15)	3b.(20)	4b.(20)	P:

Atenção: Nas perguntas de resposta múltipla, uma resposta errada desconta 2.5 pontos.

1. Em certa cidade, a percentagem de leitores do jornal B é dupla da percentagem de leitores do jornal A. A percentagem de leitores de pelo menos um destes jornais é, também, dupla da percentagem de leitores de ambos os jornais. A percentagem de leitores de ambos os jornais é de 10%.

a) Se selecionarmos 15 pessoas dessa cidade, qual é a probabilidade de pelo menos 3 lerem ambos os jornais.

0.8715 ☐ 0.1841 X 0.0556 ☐ 0.7331 ☐

b) Calcule a probabilidade de "um leitor do jornal A ler o jornal B" e " um leitor do jornal B ler o jornal A" e compare-as. Justifique convenientemente.

$$P(B|A) = 1 > P(A|B) = 0.5$$

2. O número de mensagens que chegam, por minuto, a um computador utilizado como servidor, tem distribuição de Poisson com média igual 0,1.

a) Qual é a probabilidade de que cheguem, quanto muito, 2 mensagens numa hora.

0.0149 ☐ 0.0446 ☐ 0.0174 ☐ 0.0620 X

b) Determine o intervalo de tempo necessário para que a probabilidade de que não chegue nenhuma mensagem durante esse intervalo seja igual a 4,5%.

Y – tempo, em minutos, até chegada de uma mensagem$\sim Ex(0.1)$

$$y =?: P(Y > t) = 0.045 \Leftrightarrow y = 31{,}011$$

3. Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1+x & -1<x<0 \\ 1-x & 0<x<1 \end{cases}$$

a) Encontre a função distribuição de X e classifique a variável aleatória. Justifique devidamente a resposta.

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \le -1 \\ \frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{2} & -1<x\le 0 \\ -\frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{2} & 0<x<1 \\ 1 & x \ge 1 \end{cases}$$

X é uma variável aleatória contínua.

b) Seja $Y = \begin{cases} -1 & X \le 0 \\ 0 & 0<X<1/2 \\ 1 & X \ge 1/2 \end{cases}$. Calcule o valor esperado da variável aleatória Y

Então $E(Y) = -\frac{3}{8}$;

4. O tempo que uma pessoa gasta, diariamente, a aguardar pelo transporte público, tem distribuição uniforme no intervalo (0, 12).

a) Determine a probabilidade de, em certo dia, o tempo gasto a aguardar pelo transporte público seja inferior a 5 minutos.

0.6667 ☐ 0.5833 ☐ 0.4167 X 0.3333 ☐

b) Seleccionada uma amostra casual simples de 49 dias, determine a probabilidade de o tempo médio de espera a aguardar pelo transporte público, seja superior a 7 minutos.

$$P(\bar{X} > 7) = 0.0217$$

.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2012-2013 **01. 07. 13 V2**

Exame Época Recurso

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(10)	3a.(20)	4a.(10)	T:
1b.(15)	2b.(15)	3b.(20)	4b.(20)	P:

Atenção: Nas perguntas de resposta múltipla, uma resposta errada desconta 2.5 pontos

1. Em certa cidade, a percentagem de leitores do jornal B é dupla da percentagem de leitores do jornal A. A percentagem de leitores de pelo menos um destes jornais é, também, dupla da percentagem de leitores de ambos os jornais. A percentagem de leitores de ambos os jornais é de 10%.

a) Se selecionarmos 15 pessoas dessa cidade, qual é a probabilidade de pelo menos 5 lerem ambos os jornais.

0.23 ☐ 0.9895 ☐ 0.9572 ☐ 0.0127 X

b) Calcule a probabilidade de "um leitor do jornal A ler o jornal B" e " um leitor do jornal B ler o jornal A" e compare-as. Justifique convenientemente.

2. O número de mensagens que chegam, por minuto, a um computador utilizado como servidor, tem distribuição de Poisson com média igual 0,1.

a) Qual é a probabilidade de que cheguem, quanto muito, 2 mensagens em meia hora.

0.1991 ☐ 0.1494 ☐ 0.4232 X 0.2240 ☐

b) Determine o intervalo de tempo necessário para que a probabilidade de que não chegue nenhuma mensagem durante esse intervalo seja igual a 4,5%.

3. Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1+x & -1 < x < 0 \\ 1-x & 0 < x < 1/2 \end{cases}$$

a) Encontre a função distribuição de X e classifique a variável aleatória. Justifique devidamente a resposta.

b) Seja $Y = \begin{cases} -1 & X < 0 \\ 0 & 0 \leq X < 1/2 \\ 1 & X \geq 1/2 \end{cases}$. Calcule o valor esperado e variância da variável aleatória Y.

4. O tempo que uma pessoa gasta, diariamente, a aguardar pelo transporte público, tem distribuição uniforme no intervalo (0, 12).

a) Determine a probabilidade de, em certo dia, o tempo gasto a aguardar pelo transporte público seja inferior a 10 minutos.

0.7500 ☐ 0.8333 X 0.2500 ☐ 0.1667 ☐

b) Seleccionada uma amostra de 49 dias, determine a probabilidade de o tempo médio de espera a aguardar pelo transporte público, seja superior a 7 minutos.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2012-2013 **01. 07. 13 V3**

Exame Época Recurso

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(10)	3a.(20)	4a.(10)	T:
1b.(15)	2b.(15)	3b.(20)	4b.(20)	P:

Atenção: Nas perguntas de resposta múltipla, uma resposta errada desconta 2.5 pontos

1. Em certa cidade, a percentagem de leitores do jornal B é dupla da percentagem de leitores do jornal A. A percentagem de leitores de pelo menos um destes jornais é, também, dupla da percentagem de leitores de ambos os jornais. A percentagem de leitores de ambos os jornais é de 10%.

a) Se selecionarmos 15 pessoas dessa cidade, qual é a probabilidade de no mínimo 4 lerem ambos os jornais.

0.0127 ☐ 0.0556 X 0.8715☐ 0.9572 ☐

b) Calcule a probabilidade de “um leitor do jornal A ler o jornal B” e “ um leitor do jornal B ler o jornal A” e compare-as. Justifique convenientemente.

.

2. O número de mensagens que chegam, por minuto, a um computador utilizado como servidor, tem distribuição de Poisson com média igual 0,1.

a) Qual é a probabilidade de que cheguem, quanto muito, 3 mensagens numa hora.

0.8920 ☐ 0.0620 ☐ 0.1512 X 0.0446 ☐

b) Determine o intervalo de tempo necessário para que a probabilidade de que não chegue nenhuma mensagem durante esse intervalo seja igual a 4,5%.

3. Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1+x & -1 < x < 0 \\ 1-x & 0 < x < 1/2 \end{cases}$$

a) Encontre a função distribuição de X e classifique a variável aleatória. Justifique devidamente a resposta.

b) Seja $Y = \begin{cases} -1 & X < 0 \\ 0 & 0 \leq X < 1/2 \\ 1 & X \geq 1/2 \end{cases}$. Calcule o valor esperado e variância da variável aleatória Y.

4. O tempo que uma pessoa gasta, diariamente, a aguardar pelo transporte público, tem distribuição uniforme no intervalo (0, 12).

a) Determine a probabilidade de, em certo dia, o tempo gasto a aguardar pelo transporte público seja inferior a 8 minutos.

0.6667 X 0.5833 ☐ 0.4167 ☐ 0.3333 ☐

b) Seleccionada uma amostra de 49 dias, determine a probabilidade de o tempo médio de espera a aguardar pelo transporte público, seja superior a 7 minutos.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – 2º sem 2012-2013 **01. 07. 13 V4**

Exame Época Recurso

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(10)	3a.(20)	4a.(10)	T:
1b.(15)	2b.(15)	3b.(20)	4b.(20)	P:

Atenção: Nas perguntas de resposta múltipla, uma resposta errada desconta 2.5 pontos

1. Em certa cidade, a percentagem de leitores do jornal B é dupla da percentagem de leitores do jornal A. A percentagem de leitores de pelo menos um destes jornais é, também, dupla da percentagem de leitores de ambos os jornais. A percentagem de leitores de ambos os jornais é de 10%.

a) Se selecionarmos 15 pessoas dessa cidade, qual é a probabilidade de pelo menos 6 lerem ambos os jornais.

0.9981 ☐ 0.9895 ☐ 0.0003 ☐ 0.0022 X

b) Calcule a probabilidade de "um leitor do jornal A ler o jornal B" e " um leitor do jornal B ler o jornal A" e compare-as. Justifique convenientemente.

.

2. O número de mensagens que chegam, por minuto, a um computador utilizado como servidor, tem distribuição de Poisson com média igual 0,1.

a) Qual é a probabilidade de que cheguem, quanto muito, 4 mensagens em meia hora.

0.8153 X 0.6472 ☐ 0.1680 ☐ 0.2240 ☐

b) Determine o intervalo de tempo necessário para que a probabilidade de que não chegue nenhuma mensagem durante esse intervalo seja igual a 4,5%.

3. Seja X uma variável aleatória com função densidade de probabilidade dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1+x & -1 < x < 0 \\ 1-x & 0 < x < 1/2 \end{cases}$$

a) Encontre a função distribuição de X e classifique a variável aleatória. Justifique devidamente a resposta.

b) Seja $Y = \begin{cases} -1 & X < 0 \\ 0 & 0 \leq X < 1/2 \\ 1 & X \geq 1/2 \end{cases}$. Calcule o valor esperado e variância da variável aleatória Y.

4. O tempo que uma pessoa gasta, diariamente, a aguardar pelo transporte público, tem distribuição uniforme no intervalo (0, 12).

a) Determine a probabilidade de, em certo dia, o tempo gasto a aguardar pelo transporte público seja inferior a 9 minutos.

0.7500 X 0.6667 ☐ 0.2500 ☐ 0.3333 ☐

b) Seleccionada uma amostra de 49 dias, determine a probabilidade de o tempo médio de espera a aguardar pelo transporte público, seja superior a 7 minutos.