**Mestrado EAP**

Tópicos de Estatística

18.01.2013

1. Defina sucintamente cada um dos seguintes conceitos:
   1. (10) Simulação Monte Carlo
   2. (10) Simulação Bootstrap
   3. (10) Família exponencial
   4. (10) Família conjugada
2. Considere uma amostra casual simples de dimensão *n,* proveniente de uma população gama, com densidade, .



* 1. (10) Mostre que a distribuição conjunta da amostra é da família exponencial biparamétrica. Identifique ainda a parametrização natural e as estatísticas suficientes.
  2. (20) Suponha agora que é uma constante conhecida. Sem recurso a integração, derive a expressão do valor esperado da estatística suficiente.



1. Seja uma variável aleatória contínua com densidade , . Dada uma amostra casual simples de dimensão *n* pretende-se fazer inferência sobre a partir da estatística



* 1. (10) Estude a suficiência de *Y*
  2. (10) Derive a expressão da densidade de *Y*

1. Seja uma amostra casual simples de uma população com função densidade de probabilidade, , . Sabe-se ainda que  tem densidade .



* 1. (10) Obtenha o estimador da máxima verosimilhança para .



* 1. (10) Estude o enviesamento do estimador da máxima verosimilhança.
  2. (20) Obtenha o limite inferior de Fréchet-Cramer-Rao e estude a eficiência do estimador da máxima verosimilhança.

1. Considere uma população exponencial com densidade , . Numa amostra casual simples de dimensão *n=48* observou-se 



* 1. (10) Mostre que a exponencial tem razão de verosimilhança monótona.
  2. (10) Obtenha a distribuição *a priori* não informativa para com base na metodologia desenvolvida por Jeffreys.



* 1. (10) Obtenha a distribuição *a priori* conjugada consistente com a seguinte informação *a priori*:  e .
  2. (10) Considerando a *a priori* conjugada, proponha uma estimativa bayesiana para .



* 1. (10) Considerando a *a priori* conjugada, mostre que a média *a posteriori* pode expressar-se como uma média ponderada da média amostral e da média *a priori*.
  2. (20) Pretende-se comparar as hipóteses  vs. . *A priori* as hipóteses são equiprováveis. Calcule o factor Bayes e interprete o seu significado [Nota: ].