

Matemática I

Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

2º Semestre - 2013/14

Programa detalhado

Álgebra Linear

Vectores e matrizes

Estrutura algébrica de \mathbb{R}^n .

Representação geométrica de vectores. Operações entre vectores em \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3 .

Produto interno. Norma e distância. Vectores ortogonais.

Combinação linear de vectores. Independência linear.

Matrizes: conceitos básicos. Matriz linha. Matriz coluna.

Soma de matrizes e multiplicação por escalar.

Multiplicação de matrizes. Regras para a multiplicação de matrizes.

Matriz transposta. Propriedades da matriz transposta.

Definição de característica de uma matriz.

Operações elementares sobre as linhas (ou colunas) de uma matriz.

Cálculo da característica por condensação. Exemplos.

Inversa de uma matriz. Definição e principais propriedades.

Determinantes

Determinantes. Cálculo de determinantes de ordem 2 e ordem 3.

Regra de Sarrus. Exemplos.

Determinantes de ordem n . Teorema de Laplace.

Propriedades dos determinantes. Cálculo de determinantes.

Aplicação dos determinantes ao cálculo da matriz inversa. Exemplos.

Sistemas lineares

Sistemas de m equações lineares com n incógnitas.

Método de eliminação de Gauss. Exemplos.

Formulação matricial de um sistema.

Sistemas de ordem 2 e de ordem 3. Regra de Cramer.

Matriz simples e matriz ampliada de um sistema de equações lineares.

Classificação de sistemas. Resolução. Exemplos.

Análise Matemática

Os números reais. Breves noções topológicas.

$(\mathbb{R}, +, \times)$ é um corpo. Axiomas de ordem e intervalos.

Definição do conjunto dos números naturais. Princípio de indução matemática.

Conjunto dos números inteiros. Conjunto dos números racionais.

Majorantes, minorantes, supremo e ínfimo de um conjunto de números reais. Máximo, mínimo. Axioma do supremo. Módulo ou valor absoluto de um real. Existência de irracionais. Densidade de \mathbb{Q} e $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ em \mathbb{R} . Noções topológicas em \mathbb{R} : vizinhança, ponto interior, exterior, fronteiro, aderente, de acumulação e isolado. Interior, exterior, fronteira, aderência e derivado de um conjunto.

Sucessões numéricas

Definição de sucessão. Sucessões definidas por recorrência. Gráfico de uma sucessão e representação dos termos de uma sucessão na recta real. Subsucessões. Sucessões majoradas, minoradas e limitadas. Sucessões crescentes, decrescentes e monótonas. Sucessões convergentes. Unicidade do limite. Relação entre as propriedades de limitação, monotonia e convergência de uma sucessão. Propriedades operatórias dos limites. Limite do módulo de uma sucessão convergente e da raiz de índice p de uma sucessão convergente de termos não negativos. O produto de um infinitésimo por uma sucessão limitada e um infinitésimo. Se $u_n \leq v_n \leq w_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$, e $\lim u_n = \lim w_n = a$, então (v_n) também converge e o seu limite é a . Teorema das sucessões encaдрadas. Sublimite de uma sucessão e propriedades. O conjunto \mathbb{R} e relação de ordem em \mathbb{R} . Convergência em \mathbb{R} . Indeterminações: $\infty - \infty$, $0 \times \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, 1^∞ , ∞^0 e 0^0 .

Séries numéricas e séries de potências

Séries numéricas. Paradoxo de Zenão. Séries convergentes. Algumas propriedades. A série exponencial e a série geométrica. Séries de potências. Raio de convergência. Convergência das séries de potências. Funções analíticas

Funções reais de variável real

Domínio e contradomínio. Propriedades: injectividade, monotonia, limitação, paridade e periodicidade. Operações sobre funções: soma, diferença, produto e quociente. Composição de funções. Função inversa. Funções elementares: funções polinomiais, funções racionais, função valor absoluto. Funções exponenciais, funções logarítmicas, funções potência. Funções trigonométricas e funções trigonométricas inversas. Função a^x .

Limites e continuidade

Limite segundo Heine e segundo Cauchy. Propriedades operatórias dos limites. Funções contínuas. Propriedades. Teorema de Bolzano. Teorema de Weierstrass

Derivação de funções reais de variável real

Diferencial e derivada de uma função num ponto: definição e interpretação geométrica.

Função derivada e derivadas sucessivas. Propriedades operatórias da derivada.

Derivação de funções elementares.

Teoremas de diferenciabilidade. Regra de l'Hôpital.

Fórmulas de Taylor e Mac-Laurin.

Optimização

Estudo de funções. Crescimento e decrescimento. Extremos locais.

Concavidades. Pontos de inflexão. Assíntotas.

Aplicações a Economia.

Primitivação e integração

Conceito de primitiva. Propriedades. Primitivação imediata.

Técnicas de primitivação: primitivação por partes; primitivação por substituição.

Primitivação de algumas funções racionais e irracionais.

Integral: definição e interpretação geométrica. Teorema fundamental do cálculo integral.

Integrais impróprios. Cálculo de áreas.