

Universidade de Lisboa – Instituto Superior de Economia e Gestão

Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

MATEMÁTICA I

Época Normal -7 de Janeiro de 2015- Duração: 2 horas

Grupo II

(Cotações: 3.5 (2+1.5); 1.5; 1.5; 3.5 (1+1.5+1.0); 2.5)

Apresente os cálculos que efectuar e justifique cuidadosamente a resolução das questões seguintes.

1. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y + z = \beta \\ 3x - 3y + \alpha z = 5 \end{cases}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

(a) Discuta o sistema em função dos valores dos parâmetros α e β , indicando nos casos adequados o grau de indeterminação (ou número de graus de liberdade).

(b) Se $\alpha = 0$, verifique que o sistema é um sistema de Cramer, $\forall \beta \in \mathbb{R}$. Determine também o valor de β para o qual $(\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}, 0)$ é a solução do sistema com $\alpha = 0$.

2. Primitiva a função $f(x) = \frac{4x}{e^{3x-2}}$.

3. Escreva a aproximação quadrática de Taylor a $g(x) = e^{x^2}$ em torno do ponto 1.

4. Seja a função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x}, & x < 0 \\ \arctan x, & x \geq 0 \end{cases}.$$

(a) Estude a continuidade da função em \mathbb{R} .

(b) Estude a diferenciabilidade da função no ponto $x = 0$.

(c) Estude a função quanto à monotonia.

5. Seja a função real $G(x) = x^2 \int_0^{2x} f(t)dt$ tal que f é diferenciável em \mathbb{R} . Sabendo que $f(2) = 1$ e que $f'(2) = 1/2$, calcule $G''(1) - G'(1)$.