



SINCE 1911

**LISBOA
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT**

Cálculo e Instrumentos Financeiros

Equivalência de Capitais



SINCE 1911

II Equivalência
de Capitais

1-Capitais
equivalentes
Equação de
valor

2- Capital
comum e
vencimentos

3- Taxa interna
de
Capitalização e
taxas médias

- **Capitais equivalentes:** Dois capitais são equivalentes se, reportados à mesma data, apresentarem valores iguais.
- **Data de Referência:** Data de reporte do valor de dois ou mais capitais. Data de efectuação dos cálculos, actualizando e/ou capitalizando.
- **Equação do Valor ou de Equivalência:** Equação que permite estabelecer a igualdade entre os capitais.
- **Valor de um conjunto de capitais** num dado momento: o valor que assumem nesse momento de referência.



II Equivalência
de Capitais

1-Capitais
equivalentes
Equação de
valor

2- Capital
comum e
vencimentos

3- Taxa interna
de
Capitalização e
taxas médias

Exemplo: A D. Augusta Silva Tem uma dívida de 100.000 euros, cuja data de vencimento é daqui a um ano. Propuseram-lhe que alternativamente ao pagamento desse valor dentro de um ano, fizesse o pagamento de 92.000 euros hoje.

Supondo uma taxa de 10% ao ano, será que estes dois valores são equivalentes?
(regime de juro composto)



Se, depois de reportados à mesma data, dois ou mais capitais, originalmente associados a diferentes datas, apresentarem valores iguais, dizemos que são **capitais equivalentes**.

A data a que reportamos todos os capitais, actualizando ou capitalizando os diversos capitais, chama-se **data de referência**.



II Equivalência
de Capitais

1-Capitais
equivalentes
Equação de
valor

2- Capital
comum e
vencimentos

3- Taxa interna
de
Capitalização e
taxas médias

Exemplo: A sociedade Sigma, SA instalou uma nova linha de produção, prevendo o respectivo plano de pagamentos uma prestação de 24.200 euros (capital mais juros) a pagar daqui a 3 anos, considerando uma taxa de juro anual de 10%.
Se fornecedor do equipamento sugerir a antecipação do pagamento daqui a 2 anos, diminuindo o valor a pagar para 22.000 euros, verifique se os dois capitais são equivalentes (tomando o momento zero como data de referência) considerando regime de juro simples e composto.

Sempre que se comparam capitais que estão referidos a momentos diferentes, através de uma expressão matemática, chama-se a essa expressão **equação de equivalência ou equação do valor**.

Designa-se por **valor de um conjunto** de capitais num dado momento, o valor que ele assume nesse momento



II Equivalência de Capitais

1- Capitais
equivalentes
Equação de
valor

2- Capital
comum e
vencimentos

3- Taxa interna
de
Capitalização e
taxas médias

Exemplo: A sociedade Betalfa tem a receber da família Silva três quantias, que incluem capital e juros, estes calculados à taxa de juro de 8% ao ano ($i_A=8\%$) nas seguintes datas:

- C1 = 1.000 euros daqui a 6 meses;
- C2 = 2.000 euros daqui a 18 meses;
- C3 = 3.000 euros daqui a 21 meses.

Qual o valor destes 3 capitais hoje?

- **Capital Comum** corresponde à soma de um determinado conjunto de capitais referidos a momentos distintos, que são actualizados para um momento comum (ou seja, a data de vencimento comum), normalmente o valor actual.



II Equivalência
de Capitais

1- Capitais
equivalentes
Equação de
valor

2- Capital
comum e
vencimentos

3- Taxa interna
de
Capitalização e
taxas médias

Exemplo: Se no exemplo anterior, o devedor pretender pagar a dívida de uma só vez, entregando a quantia única de 7.000 euros, em que data deverá fazê-lo? Isto é se a dívida não for paga nas datas estabelecidas inicialmente, em que data atinge 7.000 euros?

- **Vencimento Comum** corresponde à data em que está o capital comum.



Trata-se de um exemplo de equivalência de capitais, em que a incógnita é a data do capital comum, no valor de 7.000 euros a que chamamos vencimento comum



II Equivalência de Capitais

1-Capitais equivalentes
Equação de valor

2- Capital comum e vencimentos

3- Taxa interna de Capitalização e taxas médias

Exemplo: Tendo em conta o exemplo anterior a soma dos valores nominais dos vários capitais é de 6.000 euros= 1.000 + 2.000 + 3.000. O vencimento médio é a data à qual se reportam os três capitais, tendo estes um valor conjunto de 6.000 euros

- O **vencimento médio** é um caso particular do vencimento comum e corresponde ao prazo médio das dívidas ou das aplicações em juro composto, e acontece quando o capital comum é igual à soma dos valores nominais dos vários capitais.



II Equivalência de Capitais

1- Capitais equivalentes
Equação de valor

2- Capital comum e vencimentos

3- Taxa interna de Capitalização e taxas médias

Exemplo: A Sociedade Delta tem a receber da Sra. Santos três quantias (com juro incluído), nas seguintes datas:

- $C_1 = 2000,00$ euros daqui a 1 ano;
- $C_2 = 3000,00$ euros daqui a 2 anos;
- $C_3 = 5000,00$ euros daqui a 3 anos.

Vamos supor que, após algumas conversações, devedor e credor acordaram o pagamento da totalidade das dívidas, de uma só vez, daqui a 6 meses, através da entrega de uma única quantia no valor de 9000,00 euros. Com este acordo, qual a taxa de juro cobrada pela empresa?

- A **taxa interna de capitalização** é a taxa de juro que permite que os diversos capitais sejam iguais ao valor do capital comum, referidos todos à mesma data.

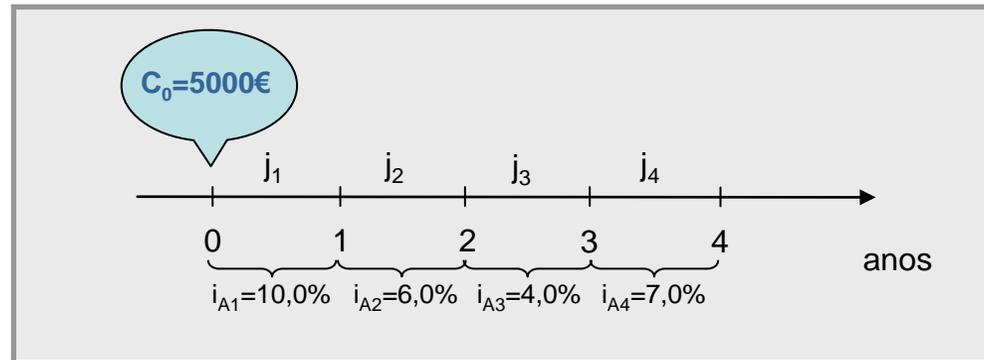
II Equivalência de Capitais

1- Capitais equivalentes e Equação de valor

2- Capital comum e vencimentos

3- Taxa interna de Capitalização e taxas médias

Exemplo: A empresa Alfa-Capa, Lda. aplicou 5000,00 euros durante 4 anos, às seguintes taxas: $i_{A1} = 10\%$; $i_{A2} = 6\%$; $i_{A3} = 4\%$; $i_{A4} = 7\%$.
Determine qual a taxa média equivalente a estas quatro taxas.



II Equivalência de Capitais

1- Capitais equivalentes
Equação de valor

2- Capital comum e vencimentos

3- Taxa interna de Capitalização e taxas médias

- Taxas Médias com um só Capital:

Questão: Quando estamos perante um capital aplicado sucessivamente a diferentes taxas, uma questão que se pode colocar passa por saber qual é a taxa única a que se pode aplicar esse capital durante a totalidade do prazo, para conseguir obter o mesmo valor acumulado (ou actualizado) que se obteria no caso da aplicação do capital ser feita com taxas distintas.

- Regime de Juro simples:

$$\bar{i} = \frac{\sum_{j=1}^n i_j}{n} \text{ e verifica-se } C_n = C_0 (1 + \bar{i}) .$$

Taxa Média é a média aritmética



II Equivalência
de Capitais

1- Capitais
equivalentes e
Equação de
valor

2- Capital
comum e
vencimentos

3- Taxa interna
Capitalização e
taxas médias

• Regime de Juro Composto:

Generalizando, em regime de juro composto e com um único capital:

$$\prod_{j=1}^n (1 + i_j) = (1 + \bar{i})^n \text{ e verifica-se } C_n = C_0 (1 + \bar{i})^n$$

Taxa média é a
média Geométrica

II Equivalência de Capitais

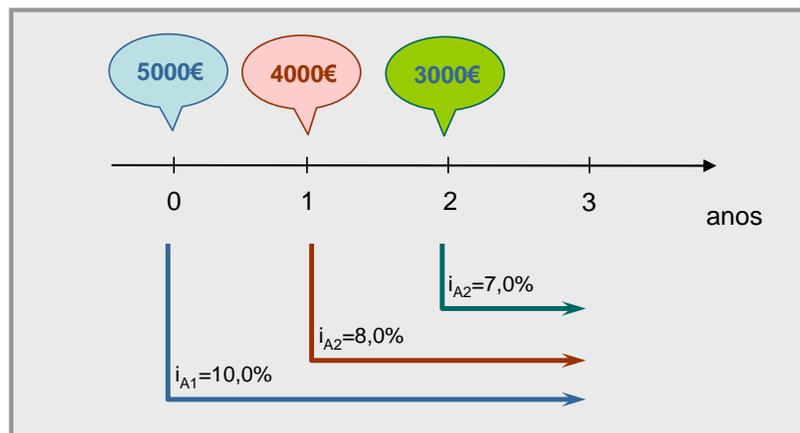
1- Capitais equivalentes
Equação de valor

2- Capital comum e vencimentos

3- Taxa interna
Capitalização e taxas médias

Exemplo: A empresa Capalfa, Lda., pretende efectuar as aplicações abaixo apresentadas, nas datas previstas, durante os períodos e às taxas registadas, em regime de juro simples:

Momento de Aplicação	Capital C_k	Prazo n_k	Taxa anual i_k
Hoje	5000€	3	10%
Daqui a 1 ano	4000€	2	8%
Daqui a 2 anos	3000€	1	7%



II Equivalência de Capitais

1- Capitais equivalentes
Equação de valor

2- Capital comum e vencimentos

3- Taxa interna
Capitalização e taxas médias

• Taxas Médias com vários Capitais

Questão: Quando estamos perante vários capitais, também se coloca a questão de saber qual a taxa única que pode ser aplicada a todos os capitais, permitindo obter um resultado equivalente ao que seria obtido aplicando os mesmos capitais às diversas taxas.

- Regime de juro simples:

$$\sum_{j=1}^n C_j * (1 + n_j i_j) = \sum_{j=1}^n C_j * (1 + n_j \bar{i})$$

- Regime de juro composto:

$$\sum_{j=1}^n C_j (1 + i_j)^{n_j} = \sum_{j=1}^n C_j (1 + \bar{i})^{n_j}$$