ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 1º semestre, Epoca Recurso** **27. 01. 14**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\text{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\text{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY)=a^2\text{Var}(X)+b^2\text{Var}(Y)+2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim N(0,1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_1$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\text{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2}, s<\dfrac{1}{2}$; $(nS^2)/\sigma^2\sim\chi^2_{(n-1)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10]*.

1. Considere uma partição $\{A_1, A_2, A_3\}$ do espaço de resultados Ω e sejam B e C acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
$P(A_1\cup A_2\cup A_3)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$		
$P(A_1\cap A_2\cap A_3)=P(A_1).P(A_2).P(A_3)$		
Para $P(C)>0$, $P(B\mid C)=P(C\mid B)P(B)/(P(C\mid A_1)P(A_1)+P(C\mid \overline{A_1})P(\overline{A_1}))$		
Admita que B e C são acontecimentos incompatíveis. Então $P(B-C)=P(B)$.		

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F_X(x)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Sejam $a<b<c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ e $P(X>c)>0$. Tem-se $P(X>a\mid X>c)=P(X>b\mid X>c)$.		
Sejam X uma variável aleatória contínua e $G(y)$ a função distribuição de $Y=X/2$. Então $G(y)=1-F(2y)$		
$\forall\, x\in\mathbb{R}, F(x+0)-F(x)=0$ seja X contínua, discreta ou mista.		
Se X é uma variável mista e **a** um ponto de continuidade de $F(x)$, então $P(X\leq a)>P(X<a)$		

3. Seja $f(x,y)$ a função densidade conjunta de uma v.a. bidimensional contínua (X,Y). Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	**F**
Se $M_X(s)$ é função geradora de momentos da v.a. X , então $M(0)=E(X)$.		
Se X é uma variável aleatória com $E(X)=\mu$; $Var(X)=\sigma^2$ e $Y=(3X-2)/\sigma$, então $Var(Y)=9$.		
Se $\text{cov}(X,Y)\neq 0$ então $f_{X,Y}(x,y)\neq f_X(x).f_Y(y)$		
$E(Y)=\int_{-\infty}^{+\infty}x\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dydx$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja X a variável aleatória que representa o número de sucessos em 25 provas de Bernoulli. Se $E(X) = 2.5$, a $Var(X) = 2.25$.		
Seja $X_i \sim N(0,4)$ $(i = 1, \cdots, n)$ independentes, então $\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i}{2}\right)^2 \sim \chi^2_{(n)}$.		
X é uma variável contínua com $F(x)$ estritamente crescente. Seja $Y = F(X)$. Qualquer que seja a distribuição de X, $Y \sim U(0,1)$.		
Considere um processo de Poisson com taxa média λ por minuto. Então o tempo médio, em minutos, de espera entre ocorrências nesse processo é $1/\lambda$.		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X com média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se a população tem distribuição de Poisson de parâmetro **λ**, e $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ então $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) \sim \mathrm{Po}(n\lambda)$		
$(X_{(n)} - X_{(1)})/\sigma$ é uma variável aleatória mas não é uma estatística.		
$Cov(X_i, X_j) \neq 0 \ \ (i \neq j)$		
Seja$X \sim t_{(n)}$ então $P(X > a) > 0.5 \Rightarrow a < 0$		

6. Prove que a função geradora da soma das variáveis aleatórias contínuas independentes X e Y é igual ao produto das respectivas funções geradoras de momentos. . [Cotação: 15]

7. Prove que a função distribuição da variável aleatória contínua X condicionada por $a < X \leq b$ é

dada por: : $F_X(x|a < X \leq b) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{F_X(x) - F_X(a)}{F_X(b) - F_X(a)} & a < x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$ [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0, x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1, x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim N(0,1)\Rightarrow X^2\sim\chi_1^2$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2}, s<\dfrac{1}{2}$; $(nS^2)/\sigma^2\sim\chi^2_{(n-1)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1. Considere uma partição $\{A_1,A_2,A_3\}$ do espaço de resultados Ω e sejam B e C acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva:*

	V	F
$P(A_1\cap A_2\cap A_3)\neq P(A_1).P(A_2).P(A_3)$		
Os acontecimentos $\bar{A}_1,\bar{A}_2,\bar{A}_3$ são mutuamente exclusivos		
Nestas condições tem-se sempre $P(B-C)\geq P(B)$		
Se $B\subset(A_1\cup A_2)\Rightarrow P(B)=P(B\vert A_1)P(A_1)+P(B\vert A_2)P(A_2)$		

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F_X(x)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $a<b<c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ e $P(X<b)>0$. Então $P(X<c\vert X<b)>P(X<a\vert X<b)$.		
Sejam X uma variável aleatória contínua e $Y=1-X$,então $F_Y(y)=1-F_X(1-y)$.		
$\forall\, x\in\mathbb{R}, F(x+0)-F(x)=0$ se X é uma variável aleatória contínua.		
Se X é uma variável aleatória mista, então existe pelo menos um ponto de descontinuidade de $F(x)$.		

3. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se (X,Y) é v.a. bidimensional discreta, então $E(Y)=\sum_{x\in D_X}x\sum_{y\in D_Y}f_{X,Y}(x,y)$		
Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional discreta. Se $Cov(X,Y)\neq 0$, então $f_{X,Y}(x,y)\neq f_X(x).f_Y(y)$ para algum $(x,y)\in D_{X,Y}$		
Se X é uma variável aleatória com $E(X)=\mu$; $Var(X)=\sigma^2$ e $Y=(X-\mu^2)/\sigma^2$, então $Var(Y)=1/Var(X)$.		
Se $M(s)$ é uma função geradora de momentos, então $M(0)=1$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja $X_i \sim N(0,4)$ $(i = 1, \cdots, n)$ independentes, então $\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i}{4}\right)^2 \sim \chi^2_{(n)}$.		
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ então $Y = F(X) \sim U(0,1)$		
Considere um processo de Poisson com taxa média λ por unidade de tempo. Seja Y a variável aleatória que representa o tempo de espera pela primeira ocorrência. Então $E(Y) = \lambda$		
Seja X a variável aleatória que representa o número de sucessos em 100 provas de Bernoulli. Se $E(X) = 10$, a $Var(X) = 10$.		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de um universo X com média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja $X \sim t_{(n)}$ então $P(X > a) < 0.5 \Rightarrow a < 0$		
$\left(\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu\right)/\left(\sigma\sqrt{n}\right)$ é uma estatística.		
Se existe $Var(X)$ então $Var(\bar{X}) \to 0$ quando $n \to \infty$		
Se a população tem distribuição exponencial de parâmetro **λ**, e $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ então $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) \sim \mathrm{G}(n, \lambda)$		

6. Prove que a função geradora da soma das variáveis aleatórias contínuas independentes X e Y é igual ao produto das respectivas funções geradoras de momentos. . [Cotação: 15]

7. Prove que a função distribuição da variável aleatória contínua X condicionada por $a < X \leq b$ é dada por: : $F_X(x | a < X \leq b) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{F_X(x) - F_X(a)}{F_X(b) - F_X(a)} & a < x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$ [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\text{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X[E(Y \mid X)]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = (e^{-\lambda}\lambda^x)/x!\,(\lambda > 0, x = 0,1,\cdots)$; $X \sim B(n,\theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n > 1, x = 0,1,\cdots,n)$

$X \sim N(0,1) \Rightarrow X^2 \sim \chi_1^2$; $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \overline{X}^2$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

$X \sim \chi_{(n)}^2$ então $E(X) = n$; $\text{Var}(X) = 2n$; $M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}$, $s < \dfrac{1}{2}$; $(nS^2)/\sigma^2 \sim \chi_{(n-1)}^2$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1 Considere uma partição $\{A_1, A_2, A_3\}$ do espaço de resultados Ω e sejam B e C acontecimentos de Ω. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
$\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 = \emptyset$		
A_1, A_2, A_3 são acontecimentos mutuamente independentes		
$P[A_1 - (A_2 \cup A_3)] = P(A_1)$		
Se B e C são acontecimentos independentes, então $P(C - B) = P(C).P(\bar{B})$.		

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F_x(x)$.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $a < b < c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ e $P(X < c) > 0$. Tem-se $P(X < a \mid X < c) < P(X < b \mid X < c)$.		
Se X é uma variável aleatória mista, $F(x)$ não tem pontos de descontinuidade.		
Sejam X uma variável aleatória contínua e $Y = -X$, então $F_Y(y) = 1 - F_x(-y)$.		
Se X for discreta $\forall\, x \in \mathbb{R}, F(x) - F(x-0) = 0$.		

3. Seja $f(x,y)$ a função densidade conjunta de uma v. a. bidimensional contínua (X,Y). Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $M_X(s)$ é função geradora de momentos da v.a. X , então $M'(0) = E(X)$.		
$Se\ Cov(X,Y) = 0$, então $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x).f_Y(y)$		
Se X é uma variável aleatória com $E(X) = \mu; Var(X) = \sigma^2$ e $Y = 2X/\sigma^2$, então $Var(Y) = 4$		
$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} y \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dxdy$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja $X \sim Ex(\lambda)$ então $Y = F(X) \sim U(0,1)$		
Se X_i $(i = 1, \cdots, n)$ forem independentes com distribuição $N(\mu, \sigma^2)$, então $\sum_{i=1}^{n}((X_i - \mu)/\sigma)^2 \sim \chi^2_{(n)}$		
Seja X a variável aleatória que representa o número de sucessos em 50 provas de Bernoulli. Se $E(X) = 25$, a $Var(X) = 12.5$.		
Se a variável aleatória X tem distribuição uniforme discreta, o conjunto D_X é sempre finito.		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ uma amostra casual simples retirada de um universo X. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ é uma variável aleatória.		
Seja$X \sim t_{(n)}$ então $P(X < a) > 0.5 \Rightarrow a < 0$		
$Cov(X_i, X_j) = 0 \;\; (i \neq j)$		
Se a população tem distribuição de $Bernoulli$ de parâmetro θ, e $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ então $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) \sim \mathrm{B}(n, \theta)$		

6. Prove que a função geradora da soma das variáveis aleatórias contínuas independentes X e Y é igual ao produto das respectivas funções geradoras de momentos. . [Cotação: 15]

7. Prove que a função distribuição da variável aleatória contínua X condicionada por $a < X \leq b$ é dada por: : $F_X(x | a < X \leq b) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{F_X(x) - F_X(a)}{F_X(b) - F_X(a)} & a < x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$ [Cotação: 15]

ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 1º semestre, Epoca Recurso** **27. 01. 14**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim N(0,1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_1$; $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $M_X(s)=(1-2s)^{-n/2},\ s<\dfrac{1}{2}$; $(nS^2)/\sigma^2\sim\chi^2_{(n-1)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

1 Considere uma partição $\{A_1,A_2,A_3\}$ do espaço de resultados Ω e sejam B e C acontecimentos de Ω com probabilidade positiva. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se B e C são acontecimentos independentes, então $P(B-C)=P(\bar{B}).P(C)$.		
Nestas condições tem-se sempre $P[A_1\vert A_2\cup A_3]=0$		
$P(A_1\cap A_2\cap A_3)=P(A_1).P(A_2).P(A_3)$		
$P(A_1\cup A_2\cup A_3)\neq P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$		

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F_X(x)$.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se X é discreta $a,b\in D_X,\ a<b,\ \Rightarrow\ P(a\leq X<b)=F(b-0)-F(a)$.		
Sejam X uma variável aleatória contínua e $Y=2X$, então $F_Y(y)=F_x(y/2)$.		
Se X é mista, e $a\in\mathbb{R}$ um ponto de descontinuidade de $F_X(x)$ então $F_X(a-0)=F_X(a)$.		
Sejam $a<b<c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ e $P(X<b)>0$. Então $P(X<c\vert X<b)<P(X<a\vert X<b)$.		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função probabilidade conjunta $f(x,y)$.Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se X é uma variável aleatória com $E(X)=\mu; Var(X)=\sigma^2$ e $Y=(X-\mu)^2/\sigma^2$, então $E(Y)=1$.		
Se $f_{X,Y}(x,y)\neq f_X(x).f_Y(y)$ para algum $(x,y)\in D_{X,Y}$, então $Cov(X,Y)\neq 0$.		
Se $D_X=\{1,\cdots,5\},D_Y=\{0,1,2\}$ a $E(X)=\sum_{y=0}^{2}\sum_{x=1}^{5}y.f(x,y)$		
Se $M_X(s)$ é função geradora de momentos da v.a. X , então $M''(0)=Var(X)$.		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja $X \sim G(\alpha, \lambda)$ então $Y = F(X) \sim U(0,1)$		
Seja $X_i \sim N(2,1)$ $(i = 1, \cdots, n)$ independentes, então $\sum_{i=1}^{n}(X_i - 2)^2 \sim \chi^2_{(n)}$.		
Considere um processo de Poisson com taxa média λ por unidade de tempo. Seja Y a variável aleatória que representa o tempo de espera pela n-ésima ocorrência. Então $E(Y) = n/\lambda$.		
Seja X a variável aleatória que representa o número de sucessos em 30 provas de Bernoulli. Se $E(X) = 9$, a $Var(X) = 6.3$.		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de um universo X com média e variância desconhecidas. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja $X \sim t_{(n)}$ então $P(X < a) < 0.5 \Rightarrow a < 0$		
nS^2/σ^2 é uma variável aleatória mas não é uma estatística.		
Se a população tem distribuição exponencial de parâmetro **λ**, e $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ então $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) \sim \text{G}(n, \lambda)$		
$P(X_1 > x, X_2 > x, \cdots, X_n > x) = [1 - F(x)]^n$.		

6. Prove que a função geradora da soma das variáveis aleatórias contínuas independentes X e Y é igual ao produto das respectivas funções geradoras de momentos. [Cotação: 15]

7. Prove que a função distribuição da variável aleatória contínua X condicionada por $a < X \le b$ é dada por: : $F_X(x | a < X \le b) = \begin{cases} 0 & x \le a \\ \frac{F_X(x) - F_X(a)}{F_X(b) - F_X(a)} & a < x \le b \\ 1 & x > b \end{cases}$ [Cotação: 15]

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(15)	2a.(20)	2c.(10)	3a.(10)	3 c.(20)	T:
1b.(10)	2b.(20)		3b.(15)		P:

(**Nota: Nas questões de resposta múltipla, uma resposta errada será penalizada com -2,5**)

1. Dos habitantes de Lisboa 30% usam o metro diariamente, 25% o autocarro e os restantes usam um veículo próprio. Uma em cada dez pessoas que vai de veículo próprio para o trabalho chega atrasada, duas em cada dez que vai de metro chega atrasada e três em cada dez que vai de autocarro chega atrasada.

a) Sabendo que uma pessoa não chegou atrasada, calcule a probabilidade de ter usado veículo próprio.

b) Qual a probabilidade de menos de metade de um grupo de 10 pessoas fazerem o percurso casa-trabalho de metro?

0,8497 ☐ 0,2001 ☐ 0,9527 ☐ 0,1029 ☐

2. Um estudo associa as seguintes variáveis aleatórias:

- X – Consumo de tabaco durante a gravidez ($X = 1$ se mãe fumou durante a gravidez; $X = 0$ no caso contrário);
- Y – Peso do recém-nascido ($Y = 1$ se peso é inferior a 3 kg; $Y = 2$ se o peso está entre 3 kg e 3.5 kg; $Y = 3$ se peso é superior a 3.5 kg).
- Sabe−se ainda que uma mãe não fumadora tem uma probabilidade de 0.125 de ter um filho com peso entre 3 kg e 3.5 kg e que se um recém-nascido tem peso superior a 3.5 kgs a probabilidade de a mãe fumar é de 0.15.

A respetiva função probabilidade conjunta é dada por:

$X \setminus Y$	**1**	**2**	**3**	
0	a	0,1	c	
1	0,05	b	0.03	

a) Preencha o quadro anterior e determine as funções probabilidade marginais das variáveis aleatórias X e Y.

b) Calcule a $Cov(X,Y)$. O que pode concluir? [Se não resolveu a alínea anterior considere $a = 0.1, b = 0.52\ e\ c = 0.2$]

c) Suponha que o peso de um recém-nascido tem uma distribuição normal de média 3 e desvio padrão 2,5. Se se seleccionar aleatoriamente uma amostra de 3 recém-nascidos qual a probabilidade do recém-nascido mais pesado, pesar menos de 3.5 kgs?

0.5793 ☐ 0.1250 ☐ 0.0132 ☐ 0.1944 ☐

3. O número de cheques sem cobertura que um banco recebe por dia (8 horas) segue uma distribuição de Poisson de média 2.

a) Qual a probabilidade de o banco receber menos de um cheque sem cobertura nas primeiras 2 horas de um certo dia.

0.9098 ☐ 0.3033 ☐ 0.3935 ☐ 0.6065 ☐

b) Determine a probabilidade de decorrerem mais de 3 horas até o banco receber o 1º cheque sem cobertura.

c) Qual o número máximo aproximado de cheques sem cobertura recebidos num mês (30 dias) com uma probabilidade de 90%?

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(20)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(10)	3b.(20)	4b.(20)	P:

(**Nota: Nas questões de resposta múltipla, uma resposta errada será penalizada com -2,5**)

1. Dos habitantes de Lisboa 30% usam o metro diariamente, 25% o autocarro e os restantes usam um veículo próprio. Uma em cada dez pessoas que vai de veículo próprio para o trabalho chega atrasada, duas em cada dez que vai de metro chega atrasada e três em cada dez que vai de autocarro chega atrasada.

a) Sabendo que uma pessoa não chegou atrasada, calcule a probabilidade de ter usado veículo próprio.

b) Qual a probabilidade de menos de 6 de um grupo de 14 pessoas fazerem o percurso casa-trabalho de autocarro?

0,0734 ☐ 0,8883 ☐ 0,1468 ☐ 0,9617 ☐

2. Um estudo associa as seguintes variáveis aleatórias:

- X – Consumo de tabaco durante a gravidez ($X = 1$ se mãe fumou durante a gravidez; $X = 0$ no caso contrário);
- Y – Peso do recém-nascido ($Y = 1$ se peso é inferior a 3 kg; $Y = 2$ se o peso está entre 3 kg e 3.5 kg; $Y = 3$ se peso é superior a 3.5 kg).
- Sabe−se ainda que uma mãe não fumadora tem uma probabilidade de 0.125 de ter um filho com peso entre 3 kg e 3.5 kg e que se um recém-nascido tem peso superior a 3,5 kgs a probabilidade de a mãe fumar é de 0.15.

A respetiva função probabilidade conjunta é dada por:

$X \setminus Y$	**1**	**2**	**3**	
0	a	0,1	c	
1	0,05	b	0.03	

a) Preencha o quadro anterior e determine as funções probabilidade marginais das variáveis aleatórias X e Y.

b) Calcule a $Cov(X,Y)$. O que pode concluir? [Se não resolveu a alínea anterior considere $a = 0.1, b = 0.52\ e\ c = 0.2$]

c) Suponha que o peso de um recém-nascido tem uma distribuição normal de média 3 e desvio padrão 2,5. Se se seleccionar aleatoriamente uma amostra de 3 recém-nascidos qual a probabilidade do recém-nascido mais pesado, pesar menos de 3 kgs?

0.1944 ☐ 0.1250 ☐ 0.0500 ☐ 0.0132 ☐

3. O número de cheques sem cobertura que um banco recebe por dia (8 horas) segue uma distribuição de Poisson de média 2.

a) Qual a probabilidade de o banco receber menos de dois cheques sem cobertura nas primeiras 4 horas de um certo dia.

0.3679 ☐ 0.7358 ☐ 0.1839 ☐ 0.9197 ☐

b) Determine a probabilidade de decorrerem mais de 3 horas até o banco receber o 1º cheque sem cobertura.

c) Qual o número máximo aproximado de cheques sem cobertura recebidos num mês (30 dias) com uma probabilidade de 90%?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças 1º Semestre– Exame Época Recurso **27. 01. 14**

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(20)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(10)	3b.(20)	4b.(20)	P:

(**Nota: Nas questões de resposta múltipla, uma resposta errada será penalizada com -2,5**)

1. Dos habitantes de Lisboa 30% usam o metro diariamente, 25% o autocarro e os restantes usam um veículo próprio. Uma em cada dez pessoas que vai de veículo próprio para o trabalho chega atrasada, duas em cada dez que vai de metro chega atrasada e três em cada dez que vai de autocarro chega atrasada.

a) Sabendo que uma pessoa não chegou atrasada, calcule a probabilidade de ter usado veículo próprio.

b) Qual a probabilidade de menos de 8 de um grupo de 15 pessoas fazerem o percurso casa-trabalho em veículo próprio?

0,8182 ☐ 0,2013 ☐ 0,6535 ☐ 0,1647 ☐

2. Um estudo associa as seguintes variáveis aleatórias:

- X – Consumo de tabaco durante a gravidez ($X = 1$ se mãe fumou durante a gravidez; $X = 0$ no caso contrário);
- Y – Peso do recém-nascido ($Y = 1$ se peso é inferior a 3 kg; $Y = 2$ se o peso está entre 3 kg e 3.5 kg; $Y = 3$ se peso é superior a 3.5 kg).
- Sabe−se ainda que uma mãe não fumadora tem uma probabilidade de 0.125 de ter um filho com peso entre 3 kg e 3.5 kg e que se um recém-nascido tem peso superior a 3,5 kgs a probabilidade de a mãe fumar é de 0.15.

A respetiva função probabilidade conjunta é dada por:

$X \setminus Y$	**1**	**2**	**3**	
0	a	0,1	c	
1	0,05	b	0.03	

a) Preencha o quadro anterior e determine as funções probabilidade marginais das variáveis aleatórias X e Y.

b) Calcule a $Cov(X,Y)$. O que pode concluir? [Se não resolveu a alínea anterior considere $a = 0.1, b = 0.52\ e\ c = 0.2$]

c) Suponha que o peso de um recém-nascido tem uma distribuição normal de média 3 e desvio padrão 2,5. Se se seleccionar aleatoriamente uma amostra de 3 recém-nascidos qual a probabilidade do recém-nascido mais pesado, pesar menos de 4 kgs?

0.1944 ☐ 0.2816 ☐ 0.6554 ☐ 0.0132 ☐

3. O número de cheques sem cobertura que um banco recebe por dia (8 horas) segue uma distribuição de Poisson de média 2.

a) Qual a probabilidade de o banco receber menos de três cheques sem cobertura em dois dias.

0.4335 ☐ 0.1465 ☐ 0.2381 ☐ 0.1954 ☐

b) Determine a probabilidade de decorrerem mais de 3 horas até o banco receber o 1º cheque sem cobertura.

c) Qual o número máximo aproximado de cheques sem cobertura recebidos num mês (30 dias) com uma probabilidade de 90%?

Nome:____**Número:**_________

Espaço reservado para classificações				
1ª.(20)	2ª.(20)	3ª.(10)	4ª.(10)	T:
1b.(10)	2b.(10)	3b.(20)	4b.(20)	P:

(**Nota: Nas questões de resposta múltipla, uma resposta errada será penalizada com -2,5**)

1. Dos habitantes de Lisboa 30% usam o metro diariamente, 25% o autocarro e os restantes usam um veículo próprio. Uma em cada dez pessoas que vai de veículo próprio para o trabalho chega atrasada, duas em cada dez que vai de metro chega atrasada e três em cada dez que vai de autocarro chega atrasada.

a) Sabendo que uma pessoa não chegou atrasada, calcule a probabilidade de ter usado veículo próprio.

b) Qual a probabilidade de menos de metade de um grupo de 10 pessoas fazerem o percurso casa-trabalho de autocarro?

0,1460 ☐ 0,9803 ☐ 0,0584 ☐ 0,9219 ☐

2. Um estudo associa as seguintes variáveis aleatórias:

- X – Consumo de tabaco durante a gravidez ($X = 1$ se mãe fumou durante a gravidez; $X = 0$ no caso contrário);
- Y – Peso do recém-nascido ($Y = 1$ se peso é inferior a 3 kg; $Y = 2$ se o peso está entre 3 kg e 3.5 kg; $Y = 3$ se peso é superior a 3.5 kg).
- Sabe−se ainda que uma mãe não fumadora tem uma probabilidade de 0.125 de ter um filho com peso entre 3 kg e 3.5 kg e que se um recém-nascido tem peso superior a 3,5 kgs a probabilidade de a mãe fumar é de 0.15.

A respectiva função probabilidade conjunta é dada por:

$X \setminus Y$	**1**	**2**	**3**	
0	a	0,1	c	
1	0,05	b	0.03	

a) Preencha o quadro anterior e determine as funções probabilidade marginais das variáveis aleatórias X e Y.

b) Calcule a $Cov(X,Y)$. O que pode concluir? [Se não resolveu a alínea anterior considere $a = 0.1, b = 0.52 \; e \; c = 0.2$]

c) Suponha que o peso de um recém-nascido tem uma distribuição normal de média 3 e desvio padrão 2,5. Se se seleccionar aleatoriamente uma amostra de 5 recém-nascidos qual a probabilidade do recém-nascido mais pesado, pesar menos de 3 kgs?

0.1944 ☐ 0. 5000☐ 0.2816 ☐ 0.0313 ☐

3. O número de cheques sem cobertura que um banco recebe por dia (8 horas) segue uma distribuição de Poisson de média 2.

a) Qual a probabilidade de o banco receber menos de três cheques sem cobertura nas primeiras 6 horas de um certo dia.

0.2510 ☐ 0.8088 ☐ 0.9344 ☐ 0.1255 ☐

b) Determine a probabilidade de decorrerem mais de 3 horas até o banco receber o 1º cheque sem cobertura.

c) Qual o número máximo aproximado de cheques sem cobertura recebidos num mês (30 dias) com uma probabilidade de 90%?