

Análise Matemática I – 1º ano MAEG

LISTA 1

(1) Escreva em notação matemática cada um dos seguintes conjuntos e proposições:

- (a) Os números múltiplos de 6.
- (b) Os números que não são negativos nem têm parte inteira par.
- (c) Se me der um número positivo, consigo encontrar outro maior.
- (d) Há um número positivo x que se é maior que y então é maior que y^2 .
- (e) Entre quaisquer dois racionais existe um irracional.
- (f) Para qualquer escolha de x encontro sempre um inteiro com inversa menor que x .

(2) Considere os conjuntos

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x+1} < x \right\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \exists k \in \mathbb{Z}, x = 4k\} \quad \text{e} \quad C = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right].$$

Diga se as seguintes proposições são verdadeiras ou falsas:

- (a) $\forall y \in B, \exists x \in A : y + x \in C$
- (b) $\exists x \in A, \forall y \in B : y + x \in C$

Sugestão: estude a negação da proposição.

(3) Indique quais as proposições verdadeiras:

- (a) $\emptyset \subset \emptyset$
- (b) $1 \in \{1\}$
- (c) $\{1\} \in \{1, 2, 3\}$
- (d) $1 \in \{2\}$
- (e) $\{1\} \subset \{1, \{2, 3\}\}$
- (f) $\emptyset = \{x \in \mathbb{N} : x = x + 1\}$
- (g) $1 \in \mathbb{R}$
- (h) $1 \in \{\mathbb{R}\}$

(4) Considere os conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |3x - 4| \geq x^2\} \quad \text{e} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{|x|} \in \mathbb{N}\}.$$

- (a) Determine A , $A \cap B$ e $A - B$.
- (b) Diga qual o valor lógico (verdadeiro ou falso) das seguintes proposições:

- (i) $\forall x \in B, \exists y \in B : x + y = 0$

$$(ii) \exists y \in B : \forall x \in B, x + y = 0$$

(5) Interprete geometricamente os seguintes conjuntos e indique (caso existam) os seus

sup, inf, max e min:

(a) $\{x \in \mathbb{R} : |x| < 1\}$

(b) $\{x \in \mathbb{R} : |x| < 0\}$

(c) $\{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$ onde $a \in \mathbb{R}$ e $r \in \mathbb{R}^+$

(d) $\{x \in \mathbb{R} : |x| > 0\}$

(e) $\{x \in \mathbb{R} : x^3 > x\}$

(f) $\{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \geq |x|\}$

(6) Quantos elementos têm os seguintes conjuntos: \emptyset , $\{\emptyset\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, $\{\{\emptyset\}\}$.

(7) Mostre que $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$.

(8) Verifique as seguintes implicações:

(a) $x > 0 \Rightarrow x + x^{-1} \geq 2$

(b) $0 < x < y \Rightarrow x < \sqrt{xy} < \frac{1}{2}(x + y) < y$