

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Notas: Os telemóveis devem estar desligados.** O não cumprimento desta norma é motivo suficiente para anulação da prova. As perguntas de escolha múltipla têm cotação de 1 valor; **respostas erradas serão penalizadas** em 0.25 valores. Não havendo informação em contrário, deverá utilizar um nível de significância de 5%. Pode usar a última página para continuar qualquer questão. Formalize devidamente todas as respostas.

Espaço reservado para classificações

1. [2.0] Um responsável de vendas de uma empresa de material informático pretende determinar se existe alguma associação entre a região geográfica e o facto de possuir um computador portátil. Para o efeito foi efetuado um inquérito a 100 indivíduos escolhidos aleatoriamente tendo-se obtido os seguintes resultados.

	Tem computador portátil	Não tem computador portátil	Total
Norte	21	23	44
Sul	29	27	56
Total	50	50	100

Teste (considerando um nível de significância de 10%) se existe independência entre a região geográfica e possuir computador portátil.

2. [2.0] Seja  $\hat{\theta} = \frac{7}{6} - \frac{\bar{X}}{2}$  um estimador para  $\theta$ . Sabendo que  $\hat{\theta}$  é estimador centrado e que na população se tem  $Var(X) = \frac{2}{9} + \frac{16\theta}{3} - 4\theta^2$ , verifique se também é um estimador consistente.

3. Indique qual das seguintes afirmações é verdadeira.

  
  
  

O estimador de máxima verosimilhança não pode ser determinado quando se tem uma amostra de variáveis aleatórias discretas.

O estimador de máxima verosimilhança é sempre centrado.

A desigualdade de Fréchet-Cramér-Rao estabelece um limite superior para a variância de estimadores centrados.

Se existir um estimador mais eficiente então será o estimador de máxima verosimilhança.

4. [1.5] Uma máquina de preenchimento automático é utilizada para encher garrafas com detergente líquido. Se a variância do volume de enchimento exceder 0.01 a máquina está a necessitar de ser afinada. Considere que o volume de enchimento tem distribuição Normal. Observada uma amostra aleatória de 20 garrafas obteve-se uma variância corrigida do volume de enchimento de  $s'^2 = 0.0153$ . Verifique se há evidência de que o fabricante tem de afinar a máquina.

5. [1.5] O coordenador de um conjunto de agências bancárias está preocupado com a média do montante de crédito que está em incumprimento semanalmente. Numa amostra aleatória de 50 agências, observou-se, numa semana, uma média de crédito em incumprimento de 495 u.m. com um desvio padrão  $s = 92.3$ . Estime através de um intervalo de confiança a 95%, a média semanal de crédito em incumprimento.

6. Uma variável fulcral

- é função das observações da amostra e do parâmetro desconhecido e a respetiva função densidade é independente do parâmetro desconhecido.
- é função das observações da amostra e do parâmetro desconhecido e a respetiva função densidade é dependente do parâmetro desconhecido.
- é função apenas das observações da amostra e a respetiva função densidade é independente do parâmetro desconhecido.
- é função apenas das observações da amostra e respetiva função densidade é dependente do parâmetro desconhecido.

7. Assinale a afirmação **FALSA**.

Num teste de hipótese simples contra hipótese composta bilateral de dimensão  $\alpha = 1\%$

- A probabilidade do erro de primeira espécie é 1%.
- Não é possível calcular a probabilidade do erro de segunda espécie porque a hipótese alternativa é composta.
- Não existe uma região de rejeição uniformemente mais potente.
- Para rejeitar a hipótese nula o valor-p terá de ser inferior a 1%.

8. Assinale a afirmação verdadeira. Supondo que se verificam as hipóteses MLR.1 a MLR.4, o estimador dos mínimos quadrados,

  
  
  

pode ser obtido através da minimização do quadrado da variação total da variável dependente.

não é aplicável a modelos de regressão com uma única variável explicativa.

é consistente, na presença de heterocedasticidade, para estimar os coeficientes associados às variáveis explicativas.

é robusto à presença de heterocedasticidade .

9. Com o objetivo de explicar o consumo de gasolina, recolheu-se informação sobre 57 países e formulou-se o seguinte modelo:

$$lcons_i = \beta_0 + \beta_1 lrend_i + \beta_2 lpreco_i + \beta_3 stockcar_i + u_i \quad i = 1, 2, \dots, 57$$

onde  $lcons$  é o logaritmo do consumo de gasolina por automóvel,  $lrend$  é o logaritmo do rendimento per capita,  $lpreco$  é o logaritmo do preço da gasolina e  $stockcar$  é o stock de automóveis per capita.

Em **anexo** são disponibilizadas algumas estimações relacionadas com o modelo apresentado.

a) [2.0] Interprete a estimativas obtidas para  $\beta_2$  e  $\beta_3$ . Teste a significância estatística individual de  $\beta_2$ .

b) [2.0] Explique qual o objetivo do output 2 em anexo e retire as conclusões possíveis.

c) [1.5] Verifique se é justificável a utilização do estimador de White da matriz de variâncias-covariâncias.

10. Assinale a afirmação **FALSA**.

  
  
  

A previsão individual não tem associada maior incerteza do que a previsão para a média.

Uma forma de reduzir a incerteza da previsão individual é introduzir mais variáveis explicativas no modelo de regressão.

A amplitude do intervalo de confiança da previsão individual é superior à amplitude do intervalo de confiança da previsão para a média.

A previsão pontual individual é igual à previsão pontual para a média.

11. Num modelo de regressão linear múltipla se o coeficiente de determinação for igual a 0.95, isto significa que:

  
  
  

95% dos valores da variável dependente são positivos.

95% da variação total da variável dependente é explicada pelo modelo.

95% dos valores da variável dependente são corretamente ajustados pelo modelo.

SSR é 95% da variação total da variável dependente.

12. [1.5]. Considere o modelo de regressão linear simples,  $y = \beta x + u$ . Sabendo que  $E(ux) = 0$ , e que se observou uma amostra  $\{(y_i, x_i) : i = 1, \dots, n\}$  mostre que o estimador do método dos momentos para  $\beta$  coincide com o estimador OLS, igual a

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

Continuação da questão \_\_\_\_\_

## ANEXO

### Output 1

Dependent Variable: LCONS  
Method: Least Squares  
Included observations: 57

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.807037	0.376305	4.802049	0.0000
LREND	0.730515	0.157437	4.640041	0.0000
LPRECO	-1.509210	-	-	0.0000
STOCKCAR	-0.681972	0.105146	-6.485964	0.0000
R-squared	0.941195	Mean dependent var		4.280392
Adjusted R-squared	0.937866	S.D. dependent var		0.425027
S.E. of regression	0.105945	Akaike info criterion		-1.584200
Sum squared resid	0.594891	Schwarz criterion		-1.440828

### Output 2

Wald Test:  
Equation: Untitled

Null Hypothesis: C(3)=-2\*C(2)  
Null Hypothesis Summary:

Normalized Restriction (= 0)	Value	Std. Err.
2*C(2) + C(3)	-0.048179	0.314032

Restrictions are linear in coefficients.

### Output 3

Dependent Variable: RESID^2  
Method: Least Squares  
Included observations: 57

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.706164	0.445952	-1.583499	0.1191
LCONSHAT	0.332321	0.204982	1.621220	0.1108
LCONSHAT^2	-0.038178	0.023355	-1.634660	0.1079
R-squared	0.050443	Mean dependent var		0.010437
Adjusted R-squared	0.015274	S.D. dependent var		0.018351
S.E. of regression	0.018211	Akaike info criterion		-5.122440
Sum squared resid	0.017908	Schwarz criterion		-5.014911
Log likelihood	148.9895	Hannan-Quinn criter.		-5.080650
F-statistic	1.434303	Durbin-Watson stat		1.509437
Prob(F-statistic)	0.247213			

onde RESID é o resíduo OLS do modelo  $lcons_i = \beta_0 + \beta_1 lrend_i + \beta_2 lpreco_i + \beta_3 stockcar_i + u_i$  e LCONSHAT é  $\widehat{lcons}_i$