



ESTATÍSTICA II – Lic. Economia e Finanças  
Época Normal – 15 de Janeiro de 2015 – Duração: 2h

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

**Perguntas de escolha múltipla: cada resposta certa vale 10 pontos; cada resposta errada vale -2.5 pontos; assinale a resposta escolhida com uma cruz no quadrado adequado. As cotações das restantes perguntas são indicadas no enunciado.**

1. Considere uma amostra casual de dimensão  $n$  de uma população  $X$  de média  $E(X) = \frac{\theta}{2}$  e variância  $\text{Var}(X) = \frac{\theta^2}{12}$ , com  $\theta > 0$ .

a) [15] Determine o estimador para  $\theta$  pelo método dos momentos.

b) Admita que a média amostral,  $\bar{X}$ , é um estimador para  $\alpha = \frac{\theta}{2}$ . Então

$\bar{X}$ é um estimador centrado e consistente para $\alpha$	
$\bar{X}$ é um estimador enviesado mas consistente para $\alpha$	
$\bar{X}$ é um estimador enviesado para $\alpha$ e não é consistente	
$\bar{X}$ é um estimador centrado para $\alpha$ mas não é consistente	

2. [15] De uma população  $X$  com distribuição de Poisson foi retirada uma amostra casual de dimensão 100. Sabendo que  $\sum x_i = 215$ , calcule, justificando, a estimativa de máxima verossimilhança para  $P(X \leq 1)$ .

3. Com base numa amostra casual de dimensão  $n$  de uma população normal de média  $\mu$  e variância igual a 25, obteve-se, pelo método habitual, o seguinte intervalo de confiança a 95% para  $\mu$ : (8.04, 11.96). Então

$n = 5$	
$n = 25$	
$n = 16$	
A informação dada é insuficiente para calcular $n$	

4. Num estudo sobre as próximas eleições legislativas em determinado país, foram recolhidos os seguintes dados sobre a intenção de voto no Novo Partido (NP):

<b>Idade</b>	<b>Votam NP</b>	<b>Não votam NP</b>
<b>18 – 30</b>	35	65
<b>30 – 55</b>	50	150
<b>&gt; 55</b>	35	165

- a) [20] O estudo afirma que “Pelo menos 25% dos eleitores tencionam votar no partido NP”. Concorda com essa conclusão? Justifique com base num teste ao nível de 5%.

- b) Seja  $\theta$  a proporção, na população, dos eleitores que apoiam o partido NP. A potência do teste da alínea anterior, caso apenas 20% dos eleitores votem no partido NP, é igual a:

$P(\text{Rejeitar } H_0 \mid \theta = 0.8)$	
$1 - P(\text{Rejeitar } H_0 \mid \theta = 0.2)$	
$P(\text{Rejeitar } H_0 \mid \theta = 0.2)$	
$P(\text{Rejeitar } H_0 \mid \theta < 0.25)$	

- c) [20] O mesmo estudo conclui também que a intenção de voto no Novo Partido não depende da idade. Teste a veracidade dessa conclusão ao nível de 5%.

5. Para analisar o comportamento dos salários ( $sal$ ) dos CEOs das empresas de determinado país, foi proposto o seguinte modelo:

$$\log(sal) = \beta_0 + \beta_1 \log(vendas) + \beta_2 \log(valm) + \beta_3 ant + u$$

onde  $vendas$  e  $valm$  representam respectivamente, as vendas e o valor de mercado da empresa que o CEO dirige, e  $ant$  é o número de anos como CEO da empresa. Os resultados das estimações efectuadas, com dados de 170 empresas, estão no **Anexo**.

**Nota:** se não houver indicação do contrário, assuma que se verificam todas as hipóteses do MRLC.

- a) [15] Interprete as estimativas dos coeficientes  $\beta_2$  e  $\beta_3$ , e teste a significância estatística de  $\beta_3$  ao nível de 5%.

- b) [15] Construa um intervalo de confiança a 95% para  $\beta_1$ .

- c) Ao nível de 5%, no teste da hipótese  $H_0 : \beta_1 = 0.5$  contra  $H_1 : \beta_1 \neq 0.5$ , os resultados obtidos permitem:

Rejeitar $H_0$ porque 0.5 não pertence ao intervalo obtido em b)	
Não rejeitar $H_0$ porque 0.5 não pertence ao intervalo obtido em b)	
Rejeitar $H_0$ porque o <i>valor-p</i> associado a $\beta_1$ é inferior a 0.05	
Não rejeitar $H_0$ porque o <i>valor-p</i> associado a $\beta_1$ é inferior a 0.05	

- d) Após a estimação da equação 1, foi estimada a regressão auxiliar seguinte:

$$\log(\widehat{sal}) = \gamma_0 + \gamma_1 \log(vendas) + \gamma_2 \log(valm) + \gamma_3 ant + \gamma_4 [\log(\widehat{sal})]^2 + erro$$

onde  $\log(\widehat{sal})$  são os valores ajustados da equação 1. O objectivo desta regressão é:

Testar a presença de autocorrelação nos erros da equação 1	
Testar a presença de heterocedasticidade nos erros da equação 1	
Testar se a forma funcional da equação 1 está mal especificada	
Testar se os regressores da equação 1 estão correlacionados	

- e) [20] A equação 2 do Anexo é a regressão auxiliar de um determinado teste. Efectue esse teste ao nível de 5%. O que pode concluir sobre as propriedades dos estimadores OLS do modelo inicial?

f) Admita que foi estimada a seguinte regressão (equação 3):

$$\log(sal) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(vendas) + \alpha_2 [\log(vendas) + \log(valm)] + \alpha_3 ant + erro$$

Testar  $H_0 : \beta_1 = \beta_2$  contra  $H_1 : \beta_1 \neq \beta_2$  na equação 1:

é equivalente a testar $H_0 : \alpha_1 = 0$ contra $H_1 : \alpha_1 \neq 0$ , na equação 3	
é equivalente a testar $H_0 : \alpha_2 = 0$ contra $H_1 : \alpha_2 \neq 0$ , na equação 3	
equivale a realizar um teste F que compara as variações residuais das equações 1 e 3	
equivale a testar $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2$ contra $H_1 : \alpha_1 \neq \alpha_2$ , na equação 3	

6. [20] Considere o modelo de regressão linear que explica o consumo das famílias (*cons*) em função do rendimento disponível (*rend*):

$$cons = \beta_0 + \beta_1 rend + u, \quad \text{Var}(u_i | rend_i) = \sigma^2 rend_i^2, \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Admitindo que no modelo inicial se verificam as 4 primeiras hipóteses de Gauss- Markov, apresente um novo modelo de forma que os estimadores OLS de  $\beta_0$  e  $\beta_1$  sejam BLUE.

## ANEXO

### Equação 1

Dependent Variable: LOG(SAL)

Method: Least Squares

Included observations: 170

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.486031	0.267611	16.76324	0.0000
LOG(VENDAS)	0.163237	0.041010	3.980390	0.0001
LOG(VALM)	0.111116	0.051749	2.147235	0.0332
ANT	0.011748	0.005497	2.137293	0.0340
R-squared	0.312412	Mean dependent var		6.583892
Adjusted R-squared	0.299985	S.D. dependent var		0.613436
S.E. of regression	0.513243	F-statistic		25.14118
Sum squared resid	43.72739	Prob(F-statistic)		0.000000

### Equação 2

Dependent Variable: RES^2

Method: Least Squares

Included observations: 170

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	9.686505	14.09349	0.687303	0.4928
LSALF	-2.893843	4.250187	-0.680874	0.4969
LSALF^2	0.221410	0.319907	0.692106	0.4898
R-squared	0.003494	Mean dependent var		0.257220
Adjusted R-squared	-0.008440	S.D. dependent var		0.626834
S.E. of regression	0.629474	F-statistic		0.292812
Sum squared resid	66.17160	Prob(F-statistic)		0.746545

**Nota:** RES representam os resíduos da equação 1 e LSALF representam os valores ajustados da variável dependente na equação 1.