

NOME: \_\_\_\_\_ Processo \_\_\_\_\_

Espaço Reservado para Classificações

**Notas:** a utilização do telemóvel é motivo suficiente para anulação da prova. As perguntas de escolha múltipla valem 1 valor; respostas erradas são penalizadas em 0.25 valores. Pode usar o fim da página 7 e a página 8 para continuar qualquer questão. A última folha é de rascunho; deve puxá-la do agrafio.

1. [1.0] Suponha que foi estimado um modelo para explicar (os logaritmos) das classificações (*lognot*) dos estudantes numa disciplina, empregando apenas as variáveis número de horas de estudo (*horas*), género (variável *dummy mulher*, com o valor 1 se o estudante é do sexo feminino e 0 no caso contrário) e o seu produto (*horas*  $\times$  *mulher*) como regressores, tendo-se obtido

$$\widehat{E}(\lognot | mulher = 1, horas) - \widehat{E}(\lognot | mulher = 0, horas) = -0.700 + 0.009 horas.$$

Sabendo que o modelo estimado apenas com os dados referentes aos estudantes do sexo masculino é

$$\widehat{\lognot} = 1.791 + 0.012 horas,$$

determine o modelo estimado usando apenas as observações dos estudantes do sexo feminino.

2. [1.5] A informação fornecida na questão anterior é suficiente para avaliar, estatisticamente, a afirmação “o rendimento do estudo não depende do género”? Justifique devidamente e, em caso de resposta negativa, explique como deveria proceder.



3. Relativamente à utilização da estatística de Chow usual para analisar a igualdade de equações de regressão de grupos distintos, a afirmação **FALSA** é:

- a sua utilização é condicional na igualdade das variâncias (condicionais) dos erros das duas equações.
- quando ela rejeita  $H_0$  é fácil identificar o(s) coeficiente(s) em que a igualdade não é aceitável.
- apesar de ser uma estatística- $F$  para testar restrições lineares, ela não pode ser calculada empregando os  $R^2$ 's das regressões.
- é numericamente igual à estatística- $F$  para testar a significância de todas as *dummies* a introduzir no modelo (tanto a que tem efeito sobre o termo independente como as que permitem diferentes coeficientes de declive).

4. Com base num inquérito aleatório a 1380 indivíduos de um país sob um programa de resgate (de “austeridade”) exigido pela “troika”, estimou-se o modelo apresentado abaixo, onde as variáveis têm o seguinte significado:

- *praust* – variável *dummy* com o valor 1 se o indivíduo apoia esse programa;
- *mul* – variável *dummy* com o valor 1 se o indivíduo é mulher;
- *esq* – variável *dummy* com o valor 1 se o indivíduo votou num partido de esquerda nas últimas eleições;
- *educ* – número de anos de escolaridade do indivíduo.

$$\hat{P}(\text{praust} = 1 | \text{mul}, \text{esq}, \text{educ}) = \Phi(-1.010 + \begin{matrix} 0.203 \text{ mul} & -0.237 \text{ esq} & -0.021 \text{ educ} \\ (0.101) & (0.101) & (0.005) \end{matrix}),$$

$$n = 1380, \quad SSR = 98.57, \quad \mathcal{L} = -371.641, \quad \text{LR statistic} = 24.669.$$

a) Pretende-se efectuar o teste de significância do coeficiente de *mul*,  $H_0 : \beta_1 = 0$  vs.  $H_1 : \beta_1 \neq 0$ . Então:

- não é possível fazer o teste pois não há informação suficiente.
- só pode ser efectuado validamente com um rácio- $t$  calculado com o erro padrão (s.e.) de White, devido à heteroscedasticidade.
- pode ser feito da maneira usual, empregando  $\hat{\beta}_1 / se(\hat{\beta}_1) \stackrel{d}{\sim} N(0, 1)$  sob  $H_0$ , apesar de o modelo ser não linear, e permite rejeitar  $H_0$  ao nível habitual de 5%.
- só poderia ser efectuado se conhecessemos a “Log likelihood” do modelo estimado sem a variável *mul*, para determinar o valor da respectiva “LR statistic”.

b) Suponha agora que, com o modelo estimado, se pretende estimar

$$P(\text{prau} = 1 | \text{mul} = 1, \text{esq} = 1, \text{educ} = 15) - P(\text{prau} = 1 | \text{mul} = 0, \text{esq} = 1, \text{educ} = 15).$$

Não se pode afirmar se a diferença estimada é negativa ou positiva dado que a função  $\Phi(\cdot)$  é não linear.

A diferença estimada é certamente positiva porque o coeficiente estimado de  $\text{mul}$  é positivo e a função  $\Phi(\cdot)$  é monotonamente crescente.

A diferença estimada é certamente negativa porque o logaritmo da função de verosimilhança só assume valores negativos.

O facto de a diferença ser positiva ou negativa depende também dos valores e dos coeficientes estimados das outras variáveis, e não apenas dos de  $\text{mul}$ .

(2.0) c) Indique a expressão algébrica da estimativa do efeito parcial médio da variável  $\text{educ}$  e, admitindo que essa estimativa é igual a  $-0.035$ , interpreta-a.

5. Das seguintes afirmações respeitantes ao modelo clássico de regressão, indique a que é **FALSA**. A hipótese de exogeneidade estrita dos regressores ...

... exige apenas que  $\text{Cov}(u_t, x_{tj}) = 0, \forall t, j$ .

... exige que  $\text{Cov}(u_t, x_{sj}) = 0, \forall t, s, j$ .

... é usualmente violada no caso de existir efeito de “*feedback*” (de  $y$  para algum(ns) regressor(es)).

... não exige nada sobre  $\text{Cov}(x_{tj}, x_{t+h,j}), \forall t, h, j$ .

6. Suponha que dispõe de dados trimestrais de uma variável de vendas ( $V_t$ ) e de uma de preços ( $P_t$ ) de um bem, ambas sem tendência, e que pretende analisar se a primeira tem sazonalidade (regular). Então, representando com  $T_{jt} (j = 1, \dots, 4)$  as variáveis *dummy* trimestrais e assumindo que as hipóteses do modelo clássico são satisfeitas, o melhor é estimar ...

... o modelo  $V_t = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 P_t + v_t$  e testar  $H_0 : \delta_1 = 0$  vs.  $H_1 : \delta_1 \neq 0$ .

... o modelo  $V_t = \beta_1 T_{t1} + \beta_2 T_{t2} + \beta_3 T_{t3} + \beta_4 T_{t4} + u_t$  e testar  $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$  vs.  $H_1 : \exists \beta_j \neq 0, j = 2, 3, 4$ .

... o modelo  $V_t = \beta_0 + \alpha_1 T_{t1} + \alpha_2 T_{t2} + \alpha_3 T_{t3} + \gamma P_t + e_t$  e testar  $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$  vs.  $H_1 : \exists \alpha_j \neq 0, j = 1, 2, 3$ .

... o modelo  $V_t = \gamma_1 T_{t1} + \gamma_2 T_{t2} + \gamma_3 T_{t3} + \gamma_4 T_{t4} + w_t$  e testar  $H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4$  vs.  $H_1 : \text{não } H_0$ .

7. Um processo estacionário em tendência pode ter ...

- ... uma tendência estocástica.
- ... erros com uma raiz unitária.
- ... variância crescente com o tempo.
- ... média crescente com o tempo.

8. [2.0] Considere o processo  $x_t = e_t - e_{t-2}$ , com  $e_t \sim iid(0, \sigma^2)$ . Justificando devidamente os passos que der, calcule  $\text{Corr}(x_t, x_{t+2})$ .

9. Para que o modelo  $y_t = \gamma_0 + \gamma_1 y_{t-1} + \beta_1 z_t + u_t$  seja dinamicamente completo, uma das igualdades que se seguem é **INSUFICIENTE**. Diga qual:

- $E(u_t | y_{t-1}, z_t, y_{t-2}, z_{t-1}, \dots) = 0$ .
- $E(y_t | y_{t-1}, z_t, y_{t-2}, z_{t-1}, \dots) = E(y_t | y_{t-1}, z_t)$ .
- $E(u_t | y_{t-1}, z_t) = 0$ .
- nenhuma das anteriores.

10. Considere o modelo de regressão  $y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + u_t$ , e suponha que se sabe que  $u_t$  segue um processo AR(1) estacionário,  $u_t = \rho u_{t-1} + e_t$ ,  $e_t \sim iid(0, \sigma^2)$ ,  $|\rho| < 1$ . Então:

- apesar disso, os métodos de inferência usuais permanecem válidos.
- em geral, os testes de significância de  $\beta_1$  tenderão a rejeitar  $H_0$  mais frequentemente do que deveriam.
- em geral, esse problema implica que  $se(\hat{\beta}_1) < \sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta}_1)}$ .
- se as restantes hipóteses do modelo clássico são satisfeitas, o estimador OLS continua a ser BLUE.

11. Suponha que com 40 observações de dados anuais foram estimados os modelos

$$\text{(A)} \quad y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + \beta_2 z_{t-1} + u_t, \quad e$$

$$\text{(B)} \quad y_t = \gamma_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \delta_0 z_t + \delta_1 z_{t-1} + \delta_2 z_{t-2} + v_t.$$

Então, designando com  $alt_A$  e  $alt_B$  as estatísticas  $h - alt$  (de Durbin) sobre os erros  $u_t$  e  $v_t$ , respectivamente, entre os seguintes pares de valores indique o mais plausível.

$alt_A = -0.15, alt_B = 3.45.$

$alt_A = -0.25, alt_B = -0.55.$

$alt_A = 5.78, alt_B = 0.15.$

$alt_A = 5.12, alt_B = 7.72.$

12. [2.0] Suponha que  $(y_t, x_t) \sim CI(1, 1)$  com parâmetro de cointegração  $\beta$ . Também é usual dizer-se que o *vector de cointegração* é o vector  $[1 \quad -\beta]'$ , pois

$$[y_t \quad x_t] \begin{bmatrix} 1 \\ -\beta \end{bmatrix} = y_t - \beta x_t = u_t \sim I(0).$$

Nestas condições, prove que não podem existir dois vectores de cointegração linearmente independentes.

13. [2.5] Com observações anuais respeitantes aos últimos 71 anos, pretende-se investigar as propriedades univariadas de longo prazo de uma série de logaritmo do índice de preços no consumidor (LIPC) de um país da zona euro. Com essa finalidade, estimaram-se as equações abaixo, onde o prefixo “D” representa o operador  $\Delta$  ( $DLIPC_t = \Delta LIPC_t$ ). Formalizando e justificando devidamente as suas opções, obtenha a conclusão apropriada.

Dependent Variable: DLIPC

Method: Least Squares

Included observations: 68 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.736283	0.295292	2.493404	0.0152
LIPC(-1)	-0.036902	0.027356	-1.348985	0.1821
DLIPC(-1)	-0.541297	0.121589	-4.451860	0.0000
DLIPC(-2)	-0.118366	0.120397	-0.983127	0.3292

Dependent Variable: DLIPC

Included observations: 69 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.746237	0.278405	2.680404	0.0093
LIPC(-1)	-0.041136	0.026412	-1.557456	0.1241
DLIPC(-1)	-0.489360	0.103631	-4.722135	0.0000

Dependent Variable: DLIPC

Included observations: 68 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.690455	0.278864	2.475959	0.0160
T	0.119157	0.039764	2.996564	0.0039
LIPC(-1)	-0.504498	0.158162	-3.189763	0.0022
DLIPC(-1)	-0.222530	0.156401	-1.422819	0.1597
DLIPC(-2)	0.046866	0.126211	0.371332	0.7116

Dependent Variable: DLIPC

Included observations: 69 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.729281	0.260005	2.804873	0.0066
T	0.114141	0.034891	3.271354	0.0017
LIPC(-1)	-0.486674	0.138409	-3.516211	0.0008
DLIPC(-1)	-0.259544	0.119575	-2.170554	0.0336

