Época Normal-2º semestre 2013/2014- 5 Junho de 2014

1.a) $A =]-2, -\sqrt{3}[\cup [-1, \sqrt{3}[$;

1.b) máximo é $e^{1/2}$; mínimo é e^{-1}; B não é compacto porque não é fechado ($ad(B) \neq B$);

1.c) $fr(A \cap \mathbb{Q}) = [-2, -\sqrt{3}] \cup [-1, \sqrt{3}]$; $int(A \cap \mathbb{Q}) = \emptyset$

1.d) prop. verd. ($1 \in fr(B)$)

2.a) e^2;

3.a) $a = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$;

3.b) $a = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$;

3.c) $+\infty$;

4.a) $g(-1) = 0$ e $g(x) > 0$, para todo $x \neq -1$;

4.b) $y = 0$;

5. Pontos impróprios: 0 e 2; para estudar o integral no ponto 0 comparar com $\int_o^1 \frac{1}{x^{2\alpha-1}}dx$, q dá convergente sse $\alpha < 1$; para estudar o integral no ponto 2 comparar com $\int_1^2 \frac{1}{(2-x)^{\alpha-2}}dx$, q dá convergente sse $\alpha < 3$; Portanto integral dado é convergente para $0 < \alpha < 1$;

6. Considerando a função auxiliar $g(x) = \int_a^x f(t)dt - \frac{1}{2}\int_a^b f(t)dt$ o que temos que provar é que existe $c \in [a, b]$ tal que $g(c) = 0$;

   Como $g(a) = \int_a^a f(t)dt - \frac{1}{2}\int_a^b f(t)dt = -\frac{1}{2}\int_a^b f(t)dt$ e $g(b) = \int_a^b f(t)dt - \frac{1}{2}\int_a^b f(t)dt = \frac{1}{2}\int_a^b f(t)dt$ basta notar que ou $g(a) = g(b) = 0$ (e consideremos $c = a$ ou $c = b$) ou temos $g(a).g(b) < 0$ (têm sinais contrários) e portanto, pelo teorema de Bolzano aplicado à função g, sai o resultado;