2. (a) f é contínua e diferenciável em $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ pois é definida por uma função polinomial.

Analisemos a continuidade em $x = 2$:

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \left(-x^2+6x-8\right) = -4+12-8 = 0,$$
$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} \left(x^3-9x+10\right) = 8-18+10 = 0.$$

Logo, $\lim_{x\to 2} f(x) = 0 = f(2)$ e portanto f é contínua em $x = 2$. Conclusão: f é contínua em $\mathbb{R}$.

Analisemos a diferenciabilidade em $x = 2$.

$$\begin{aligned} f'_d(2) &= \lim_{h\to 0^+} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{-(2+h)^2+6(2+h)-8-0}{h} \\ &= \lim_{h\to 0^+} \frac{-2(2+h)+6}{1} = 2, \\ f'_e(2) &= \lim_{h\to 0^-} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{(2+h)^3-9(2+h)+10-0}{h} \\ &= \lim_{h\to 0^-} \frac{3(2+h)^2-9}{1} = 3, \end{aligned}$$

onde se aplicou a regra de L'Hôpital. Como as derivadas laterais são diferentes, f não é diferenciável em $x = 2$.

2. (b) Pontos críticos:

$$f'(x) = 0 \Longleftrightarrow \begin{cases} 3x^2-9 = 0 & \text{se } x < 2 \\ -2x+6 = 0 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$
$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 & \text{se } x < 2 \\ x = 3 & \text{se } x > 2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} & \text{se } x < 2 \\ x = 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

Pontos críticos: $\pm\sqrt{3}, 3$.

Classificação pelo teste da 2^a derivada

$$f''(x) = \begin{cases} 6x & \text{se } x < 2 \\ -2 & \text{se } x > 2 \end{cases}.$$

Temos que

$$f''(-\sqrt{3}) = -6\sqrt{3} < 0 \Longrightarrow -\sqrt{3} \text{ é ponto de máximo local estrito},$$
$$f''(\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} > 0 \Longrightarrow \sqrt{3} \text{ é ponto de mínimo local estrito},$$
$$f''(3) = -2 < 0 \Longrightarrow 3 \text{ é ponto de máximo local estrito}.$$

2. (c) Analisando o sinal da 2^a derivada $f''(x)$ temos

x		0		2	
$f''(x)$	$-$	0	$+$	$n.d.$	$-$
$f(x)$	$\cap$		$\cup$		$\cap$

e portanto, f é concava em $]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$ e convexa em $]0, 2[$. Os pontos $x = 0$ e $x = 2$ são pontos de inflexão.

4. Pelo teorema de Laplace, desenvolvendo os determinantes em termos da 1^a linha, temos:

$$\det A = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j}\, a_{1j} A_{1j},$$
$$\det B = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j}\, b_{1j} A_{1j},$$
$$\det C = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j}\, (a_{1j} + b_{1j})\, A_{1j},$$

porque os menores principais das 3 matrizes coincidem, isto é $B_{1j} = C_{1j} = A_{1j}$, pois estes menores só dependem das linhas $2, 3, ..., n$ das matrizes, que são iguais. Logo:

$$\begin{aligned}
\det C &= \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j}\, (a_{1j} + b_{1j})\, A_{1j} \\
&= \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j}\, a_{1j} A_{1j} + \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j}\, b_{1j} A_{1j} \\
&= \det A + \det B.
\end{aligned}$$