Universidade de Lisboa - Instituto Superior de Economia e Gestão

Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

NOME____

Número____________________ Curso____

MATEMÁTICA I - Época Especial - 02 de setembro de 2015 - Duração: 2 horas -

Grupo I

Escolha múltipla. **Cotações:** cada resposta certa $+1.5$; cada resposta errada -0.5; cada resposta não respondida ou anulada 0. **Nota**: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

1. Considere a matriz

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

e seja C^T a matriz transposta de C. Então

(A) $\det\left[C^T C\right] = 1$

(B) $\det\left[C^T C\right] = 0$

(C) $\det\left[C^T C\right] = 64$

(D) $\det\left[C^T C\right] = 8$

2. Considere a função $f(x) = \dfrac{\ln\left(x^2-4\right)}{(|x|-3)\sqrt{x+7}}$ e seja D_f o domínio de f. Então:

(A) $D_f =]-7,+\infty[\setminus\{3\}$ e D_f é aberto.

(B) $D_f = (]-7,-2[\setminus\{-3\}) \cup (]2,+\infty[\setminus\{3\})$ e D_f não é aberto nem fechado.

(C) $D_f =]-7,-2[\cup]2,+\infty[\setminus\{3\}$ e D_f é aberto.

(D) $D_f = (]-7,-2[\setminus\{-3\}) \cup (]2,+\infty[\setminus\{3\})$ e D_f é aberto.

3. Considere a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(kx)^n$. Sabendo que a série é convergente para $x=5$, podemos concluir que

(A) $|k| < \frac{1}{5}$

(B) $|k| > \frac{1}{5}$

(C) $k = \frac{1}{5}$

(D) $k = 0$

4. Seja f uma função contínua em $[a,b]$ e com derivadas de todas as ordens em $]a,b[$. Seja $c \in \,]a,b[$. Qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

(A) Se $f(a)$ e $f(b)$ têm o mesmo sinal, então f não se anula em $]a,b[$.

(B) Se $f'(c)=0$, $f''(c)=0$ e $f'''(c)\neq 0$, então c não é ponto de extremo.

(C) Se $f''(c)>0$ então c é ponto de extremo local.

(D) Se $f(a)>0$ e $f(b)<0$ então $f'(c)=0$.

5. A área compreendida entre os gráficos das funções $f(x)=2x-2$ e $g(x)=x^2-2$ é:

(A) -4

(B) 4

(C) $-\dfrac{4}{3}$

(D) $\dfrac{4}{3}$

Grupo II

(Cotações: 3.5 (=2.0+1.5); 4.0(=2.0+2.0); 3.0 (=1.5+1.5); 2.0

Apresente os cálculos que efectuar e justifique cuidadosamente a resolução das questões seguintes.

1. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + 5z = -1 \\ x - 5y + 2\beta z = \alpha + 3 \end{cases}, \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

(a) Classifique o sistema em função dos valores dos parâmetros α e β, indicando nos casos adequados o grau de indeterminação (ou o n^o de graus de liberdade).

(b) Considerando $\alpha = -1$ e $\beta = 0$, resolva o sistema, indicando qual o respetivo conjunto solução (ou solução geral) e qual a solução geral do sistema homogéneo associado.

2. Considere a função $f(x) = \dfrac{-x^3}{x^2 - 4}$.

(a) Determine o domínio e estude a função quanto à existência de assíntotas.

(b) Estude a função quanto à monotonia, existência de pontos críticos (pontos de estacionaridade) e de extremos locais.

3. Determine:

(a) o polinómio de Taylor de grau 2 (ou a aproximação quadrática) da função $f(x) = x^{\frac{1}{7}}$, em torno do ponto 1, e aproveite o resultado para calcular um valor aproximado de $\sqrt[7]{1,1}$.

(b) o valor do integral $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} e^x \cos(x) \mathrm{d}x$.

4. Considere a elasticidade de uma função positiva e diferenciável $g(x)$, relativamente à variável x, como sendo definida por

$$El_x\left[g(x)\right] = \frac{x}{g(x)} g'(x).$$

Considerando que $k \in \mathbb{R}$ é uma constante, prove que

$$El_x\left[(g(x))^k\right] = k El_x\left[g(x)\right]$$

e aproveite o resultado para calcular $El_x\left[\left(\ln\left(2 + x^2\right)\right)^4\right]$.