

---

# Matemática I

## Soluções – Funções Reais de Variável Real 1º semestre – 2015/16

### 7.2

- a)  $[-1, +\infty[$
- b)  $]-\infty, 1[$
- c)  $]-\infty, -2[ \cup ]2, +\infty[$
- d)  $[-3, 3]$
- e)  $\mathbb{R}$
- f)  $]-\infty, -4[ \cup ]4, +\infty[$
- g)  $]-\infty, -2] \cup [6, +\infty[$
- h)  $]1, +\infty[$
- i)  $]1, +\infty[ \setminus \{e^e\}$
- j)  $]-1, 3[$

### 7.3

- a)  $x^2$
- b)  $x^2$
- c)  $\sqrt{1-x^2}$
- d)  $\sqrt{1-x^2}$
- e)  $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$
- f)  $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

### 7.4

- a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- b)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c)  $-\frac{7}{3}$
- d)  $\frac{1}{2}$
- e)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

### 7.5

- a)  $x > \frac{6}{5}$
- b)  $0 \leq x \leq 9$

- 
- c)  $x > 0$
  - d)  $x \in ]-\sqrt{10}, -1[ \cup ]1, \sqrt{10}[$
  - e)  $x > 2$
  - f)  $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$
  - g)  $x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
  - h)  $x = \pm\sqrt{3}$
  - i)  $x = \frac{1}{25}$

## 7.6

- a) Não existe.
- b) 0
- c) 1
- d) 0
- e)  $\infty$
- f)  $-\frac{1}{3}$
- g)  $\pm \infty$
- h)  $\frac{1}{2}$
- i) Não existe.
- j)  $\frac{1}{3}$
- k)  $-\frac{1}{2}$
- l)  $\infty$

## 7.7

- a)  $\lim_{x \rightarrow 1} 2x + \arccos(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+5}{3} = h(1) = 2$
- b) Aplicar o teorema à função  $f(x) = h(x) - x$  no intervalo  $[2, 4]$

## 7.8

- a)  $a = -\frac{1}{3}$
- b)  $a = \frac{5}{9}, b = \frac{17}{9}$
- c)  $a \in \mathbb{R}, b = 0$

## 7.9

- a)  $f^*(x) = f(x)$  para  $x \neq 0$  e  $f^*(0) = -\frac{3}{5}$
- b)  $g^*(x) = g(x)$  para  $x \neq 0$  e  $g^*(0) = 1$

---

7.12

a)  $3a^2$

b)  $y = 3x - 2; \quad y = 3x + 2$

7.13

$$y = -\frac{1}{a^2}x + \frac{2}{a}$$

7.14

a) É contínua

b) É diferenciável

c)  $f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x = 0 \\ \frac{e^x(x-1)+1}{x^2}, & x \neq 0 \end{cases}$

7.15

Não é contínua nem diferenciável

7.16

$$(f^{-1})'(10) = \frac{1}{13}$$

7.17

a)  $-\frac{2}{x^3} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

b)  $-\frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$

c)  $\frac{2x^2-2x-1}{4x^2-4x+1}$

d)  $6x^5 - 16x^3 + 30x^2 + 8x - 20$

e)  $\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$

f)  $\frac{1}{\sqrt{2x+2}} \left(1 + \frac{1}{2x+2}\right)$

g)  $2(3x^2 + 3x + e)e^{2x}$

h)  $(4x + 3)e^{2x^2+3x}$

i)  $2x^{-4} \left(2 \ln 2 \cdot \sqrt{x^3 - 2} + \frac{3x^2}{\sqrt{x^3 - 2}}\right) + \frac{1}{x}$

j)  $\frac{4x+3}{2x^2+3x}$

- 
- k)  $\frac{4 \ln^3 x + 8}{x}$
  - l)  $\frac{1}{\tan x}$
  - m)  $-\tan x$
  - n)  $\frac{2}{1-x^2}$
  - o)  $\frac{x}{x^2+1}$
  - p)  $2 \cos(2x)$
  - q)  $20 \sin^4(4x) \cos(4x)$
  - r)  $(-6x + 1) \cdot \sin(3x^2 - x)$
  - s)  $\cos(x^2) \left( \cos(x^2) - 4x^2 \sin(x^2) \right)$
  - t)  $4x \frac{\tan(x^2+1)}{\cos^2(x^2+1)}$
  - u)  $\frac{1}{2\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}}$
  - v)  $-\frac{4x}{\sqrt{1-4x^4}}$
  - w)  $\frac{2}{4x^2+16x+17}$
  - x)  $\frac{2x}{x^4+1}$

### 7.18

- a)  $-\frac{e^{\arccos(\frac{x}{2})}}{2\sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2}}$
- b)  $\frac{\sin^2 x + 2x \sin x \cos x}{\cos^2(x \sin^2 x)}$
- c)  $\frac{e^x}{e^{2x}+1}$
- d)  $\frac{1}{\ln(x^3(x+1))} \cdot \frac{4x+3}{x^2+x}$
- e)  $\cos(2x)$
- f)  $\frac{4x^3}{x^8+1}$

### 7.19

- a)  $e^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$
- b) 1
- c)  $e$
- d)  $\sin 1$
- e) 0
- f) 1
- g)  $\frac{1}{2}$

### 7.20

É diferenciável

---

**7.21**

- a)  $f(x) \approx 1 + \frac{1}{2}(x - 1)$   
b)  $\sqrt{1.1} \approx 1.05$

**7.22**

$$f(x) \approx (x - 1)^2$$

**7.23**

- a)  $f(x) = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \dots + \frac{(-1)^n}{n!}x^n + \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)!}e^{-c}x^{n+1}$ , sendo  $c$  um número entre 0 e  $x$   
b)  $f(x) \approx 1 - x + \frac{1}{2}x^2$   
c)  $\frac{1}{e} \approx \frac{1}{2}$ ; Erro absoluto  $< \frac{1}{6}$

**7.24**

$$(x + 2)^3 - 5(x + 2)^2 + 9(x + 2) - 5$$

**7.25**

- a) Ponto crítico:  $x = -1$ , minimizante local  
b) Ponto crítico:  $x = 0$ , não é extremante  
c) Pontos críticos:  $x = 0$ , minimizante local;  $x = \frac{1}{2}$ , maximizante local;  $x = 1$ , minimizante local  
d) Pontos críticos:  $x = -1$ , maximizante local;  $x = 0$ , minimizante local;  $x = 1$ , maximizante local

**7.26**

- a)  $\alpha = 1$   
b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$   
c)  $f'(x) = \begin{cases} (1 - x)e^{-x}, & x \geq 0 \\ \frac{1}{1+x^2}, & x < 0 \end{cases}$   
d) Estritamente crescente em  $]-\infty, 1[$ , e estritamente decrescente em  $]1, +\infty[$ . Tem

---

máximo relativo no ponto  $(1, e^{-1})$ .

**7.27**

- a)  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- b)  $x = 0; y = x$
- c) Estritamente crescente em  $] - \infty, -1[$  e em  $]1, +\infty[$ . Estritamente decrescente em  $] - 1, 0[$  e em  $]0, 1[$ . Tem máximo relativo no ponto  $(-1, -2)$ , e mínimo relativo no ponto  $(1, 2)$ .
- d) Côncava em  $] - \infty, 0[$ , e convexa em  $]0, +\infty[$ . Não tem pontos de inflexão.

**7.28**

- a)  $]0, +\infty[ \setminus \{1\}$
- b)  $f'(x) = \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{\ln^2 x}$
- c) Estritamente crescente em  $]e, +\infty[$ . Estritamente decrescente em  $]0, 1[$  e em  $]1, e[$ . Tem mínimo relativo no ponto  $(e, e)$ .
- d) Côncava em  $]0, 1[$  e em  $]e^2, +\infty[$ . Convexa em  $]1, e^2[$ . O ponto  $(e^2, \frac{e^2}{2})$  é ponto de inflexão.

**7.29**

- a) Aplicável
- b) Não aplicável

**7.33**

$$g'(0) = -\frac{1}{2}$$