



Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional



LISBOA
SCHOOL OF
ECONOMICS &
MANAGEMENT

Estadística II

1º Sem. 2015/2016

Lic. Economia e Finanças



Tópicos sobre formas funcionais

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

1 Escala

2 Modelos log-lineares

3 Termos quadráticos e interacções

4 Testes de forma funcional



- Já vimos como é que a alteração da escala das variáveis afecta a **interpretação dos coeficientes**.

$$Y = \beta_0 + \frac{\beta_1}{\alpha} (\alpha x) + u$$

$$\alpha Y = \alpha \beta_0 + \alpha \beta_1 x + \alpha u$$

$$\alpha Y + \theta = (\alpha \beta_0 + \theta) + \alpha \beta_1 x + \alpha u$$



Escala

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- Vimos igualmente que a alteração da escala das variáveis **não altera o R^2** .
- Simples exemplos mostram que os **testes t e F** não se alteram quando se muda a escala dos regressores.
- Os limites dos **intervalos de confiança** apenas mudam a sua escala, como seria de prever.
- Se as variáveis entram no modelo em **logaritmos**, os declives não são alterados por mudanças de escala, mas o termo independente é.



Modelos log-lineares

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- A estimação de modelos em que a variável dependente é logaritmizada levanta problemas se os erros não forem independentes dos regressores.
- Quando a transformação de y é possível, os modelos log-lineares são muito convenientes.



Exemplo

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- Influência da poluição no preço das casas:

$$\ln(\text{price}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(\text{nox}) + \beta_2 \text{rooms} + u$$

- Já sabemos que se nox aumentar 1%, o preço tem uma variação de $\beta_1\%$ (**elasticidade**), dado o valor de rooms .
- Por outro lado, $100 \times \beta_2$ é aproximadamente a subida percentual de preço correspondente a uma assoalhada adicional (**semi-elasticidade**), dado o valor de nox .
- Esta aproximação só é válida para **valores baixos** de β_2 .



Cálculo da semielasticidade

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- Com uma assoalhada adicional, a variação percentual do preço *exacta* é dada por $(\Delta price / price_0) \times 100$.

Calculamos o seu valor:

$$price_0 = \exp[\beta_0 + \beta_1 \ln(nox) + \beta_2 rooms_0 + u] = e^{z_0}$$

$$\begin{aligned} price_1 &= \exp[\beta_0 + \beta_1 \ln(nox) + \beta_2 (rooms_0 + 1) + u] \\ &= e^{z_0} e^{\beta_2} \end{aligned}$$

- Segue que:

$$\frac{\Delta price}{price_0} = \frac{e^{z_0} e^{\beta_2} - e^{z_0}}{e^{z_0}} = e^{\beta_2} - 1$$



Cálculo da semielasticidade

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- Portanto a variação percentual exacta é dada por:

$$100 \times \frac{\Delta price}{price_0} = 100 \times (e^{\beta_2} - 1)$$

- Caso geral: se $\Delta rooms \neq 1$

$$\% \Delta price = 100 \times \frac{\Delta price}{price_0} = 100 \times (e^{\beta_2 \Delta rooms} - 1)$$



Regras práticas para o uso de logaritmos

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- Variáveis medidas em unidades **monetárias** são geralmente logaritmizadas.
- Variáveis medidas em unidades de **tempo** não costumam ser logaritmizadas.
- Variáveis medidas em **percentagem** são raramente logaritmizadas.
- Quando a variável dependente assume o valor **zero**, **não pode ser logaritmizada!**



Exemplo (com os dados do ficheiro "hprice2")

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

$$\widehat{\ln(\text{price})} = 9.2337 - 0.7177 \ln(\text{nox}) + 0.3059 \text{ rooms}$$

■ Variação percentual com mais um assoalhada:

- aproximada: $100 \times \hat{\beta}_2 \% = 30.6\%$
- exacta: $100 \times (e^{\hat{\beta}_2} - 1) \% = 35.8\%$

■ Variação percentual com mais duas assoalhadas:

- aproximada: $2 \times 100 \times \hat{\beta}_2 \% = 61.2\%$
- exacta: $100 \times (e^{\hat{\beta}_2 \times 2} - 1) \% = 84.4\%$

⇒ Quando o valor de $\hat{\beta}_2$ é grande, a aproximação falha.



Caso β pequeno

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

Suponha-se agora que o valor do parâmetro seja pequeno, por exemplo $\hat{\beta}_2 = 0.051$.

- Variação percentual com $\Delta x_2 = 1$:

- aproximada: $100 \times 0.051\% = 5.1\%$
- exacta: $100 \times (e^{0.051} - 1) \% = 5.2\%$

- Variação percentual com $\Delta x_2 = 2$:

- aproximada: $2 \times 100 \times 0.051\% = 10.2\%$
- exacta: $100 \times (e^{0.051 \times 2} - 1) \% = 10.7\%$



Termos quadráticos

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- Já vimos que também é frequente usar modelos com termos quadráticos, como

$$wage = \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 exper + \beta_3 exper^2 + u$$

- Sabemos que neste caso

$$\frac{\partial E(wage|educ, exper)}{\partial exper} = \beta_2 + 2\beta_3 exper$$

- Claro que isto tem que ser avaliado num valor “interessante” de *exper*, como a média amostral.



Interacções

Estatística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- Da mesma forma, podem introduzir-se outros polinómios ou interacções como

$$wage = \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 exper + \beta_3 exper * educ + u$$

(é de supor que experiência seja menos relevante para quem tem mais educação).

- Neste caso

$$\frac{\partial E(wage|educ, exper)}{\partial exper} = \beta_2 + \beta_3 educ$$



Interacções

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

É necessário ter cuidado na interpretação dos coeficientes:

(a) β_2 não pode ser interpretado isoladamente

(b) O efeito deve ser avaliado para valores relevantes de *educ*



Testes de forma funcional

Estatística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- Um modelo com a forma funcional incorrecta pode levar a conclusões incorrectas.
- Como testar se a forma funcional é adequada?
- Uma forma simples é incluir **novas potências dos regressores e interacções**, e testar a sua significância com testes t e F adequados.
- Se as variáveis adicionais forem significativas, a nula é rejeitada, mas isso não implica aceitar a alternativa.



Teste RESET

Estatística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

- Ramsey (1969) sugeriu o teste RESET (REgression Specification Error Test), que consiste em testar a significância de potências de \hat{y} como regressores.
- Se **não se rejeita** H_0 então não há evidência de má especificação do modelo.
- Se **se rejeita** H_0 então há evidência de que o modelo está mal especificado, devendo ser reformulado.



Teste RESET

Estadística II
1º Sem.
2015/2016

Lic.
Economia e
Finanças

Formas
funcionais

Escala

Modelos
log-lineares

Termos
quadráticos e
interacções

Testes de
forma
funcional

Por exemplo, para testar a forma funcional do modelo $y = x\beta + u$ podem-se obter os valores ajustados \hat{y} e

1. testar a nulidade de γ na regressão auxiliar

$$y = x\beta + \gamma \hat{y}^2 + u$$

2. ou ainda testar $H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = 0$ na regressão

$$y = x\beta + \gamma_1 \hat{y}^2 + \gamma_2 \hat{y}^3 + u$$