

CÁLCULO INTEGRAL – SOLUÇÕES DOS EXERCÍCIOS

8.1 a) $F(x) = x^2 + 3$

b) $F(x) = x^2 - 2$

c) Translação vertical

8.2 $f(x) = 2x^3 - x - 4$

8.3 a) $cx + k$ ($k \in \mathbb{R}$)

[Nas restantes alíneas, $c \in \mathbb{R}$]

b) $\frac{x^3}{3} + c$

c) $\frac{x^4}{8} + \frac{8x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 15x + c$

d) $-\frac{1}{x} + \frac{9x^{4/3}}{4} + c$

e) $2\sqrt{x} + c$

f) $\frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2} + \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c$

g) $-x^{-3} - \frac{4\sqrt[4]{x^5}}{5} + \frac{x^2}{2} + c$

h) $9x^{2/3} + \frac{18}{x^{1/3}} + c$

i) $\frac{x^6}{6} - \frac{2\sqrt{x^5}}{5} + c$

j) $\frac{(x-a)^3}{3} + c$

k) $\frac{x^3}{3} - 2x + c$

l) $\frac{2\sqrt{2ax^3}}{3} + c$

m) $-\frac{2}{\tan x} + c$

n) $\frac{e^{4x}}{4} + c$

o) $\frac{e^{x^2+1}}{2} + c$

p) $\frac{e^{(x+5)^3}}{3} + c$

q) $-\frac{e^{-x^4}}{4} + c$

r) $\frac{5^{4x-1}}{4 \ln 5} + c$

s) $-\frac{(2-x^2)^6}{12} + c$

t) $\frac{3(x^4+4)^8}{32} + c$

u) $\frac{\sqrt{(2x^2+3)^3}}{6} + c$

v) $-\frac{\sqrt[3]{(6-5x^3)^4}}{5} + c$

w) $-\frac{4\sqrt[4]{(2-3x^5)^3}}{45} + c$

x) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$

y) $-\frac{\cos^4 x}{4} + c$

z) $\frac{\sin^2 x}{2} + c$

aa) $\frac{\sin^2(5x)}{10} + c$

bb) $\tan x + \sin x + c$

cc) $-\cos x + c$

dd) $\ln|1 + x| + c$

ee) $\frac{\ln(1+x^2)}{2} + c$

ff) $\arctan x + c$

gg) $-\frac{1}{2(1+x^2)} + c$

hh) $-\ln|\cos x| + c$

ii) $\ln|\sin x| + c$

jj) $\ln(1 + e^x) + c$

kk) $\arctan(e^x) + c$

ll) $-\frac{1}{1+e^x} + c$

mm) $\ln(1 + \sin x) + c$

nn) $\arctan(\sin x) + c$

oo) $-\frac{1}{1+\sin x} + c$

pp) $\frac{(1+\sin x)^3}{3} + c$

qq) $\frac{\ln^2 x}{2} + c$

rr) $\frac{\ln^6 x}{6} + c$

ss) $\ln|1 + \ln x| + c$

tt) $\arctan(\ln x) + c$

8.4 $g(x) = 2\sqrt{t}\left(1 - \frac{5}{t}\right) + 2$

8.5 a) $x - \ln|x + 1| + c$

b) $-\frac{1}{x+2} + c$

c) $\ln|x| - \ln|x + 1| + c$

d) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + \frac{\ln|x^2-1|}{2} + c$

e) $x - 2 \arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$

f) $\frac{\arctan\left(\frac{x^2}{\sqrt{5}}\right)}{2\sqrt{5}} + c$

g) $\frac{\ln|t^4-1|}{2} + c$

8.6 a) $e^x(x^2 - 2x + 2) + c$

b) $x(\ln x - 1) + c$

c) $x \arctan x - \frac{\ln(1+x^2)}{2} + c$

d) $x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2} + c$

e) $-x \cos x + \sin x + c$

f) $-e^{-x}(x + 1) + c$

g) $x^3 \left(\frac{\ln x}{3} - \frac{1}{9}\right) + c$

h) $\frac{(x^2+1) \arctan x - x}{2} + c$

i) $\frac{2x\sqrt{(x+1)^3}}{3} - \frac{4\sqrt{(x+1)^5}}{15} + c$

j) $\frac{x + \sin x \cos x}{2} + c$

k) $\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + c$

8.7 a) $-\frac{1}{5 \sin^5 x} + c$

b) $\frac{2\sqrt{(e^x+1)^3}}{3} - 2\sqrt{e^x + 1} + c$

$$c) \frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} - \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + x - \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2} + 3\sqrt[3]{x} - 3 \ln|\sqrt[3]{x} + 1| + c$$

$$d) \frac{3}{2} \arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} x \sqrt{1 - \frac{x^2}{3}} + c$$

8.8 a) 9

b) $2(\arctan \sqrt{e^2 - 1} - \arctan \sqrt{e - 1})$

c) $\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$

d) $1 - \frac{1}{e}$

e) $\ln 2$

f) $\frac{4}{21}$

g) $\frac{\pi}{4}$

h) $\frac{5}{2}$

i) $\frac{5}{2}$

8.10 a) $-\frac{1}{2}$

b) 4

c) $\frac{\pi^2}{8}$

d) -1

e) $-\frac{1}{2}$

f) É divergente

g) É divergente

h) É divergente

i) π

8.11 a) $\frac{9}{2}$

b) $\frac{4}{3}$

c) $\frac{3}{2}$

d) $e^5 - \frac{7}{2}$

e) $\frac{1}{2} + \ln 4$

f) $\frac{2}{3} + \ln 2$

g) $\frac{13}{4} - 3 \ln 2$

8.12 $\frac{1}{a}(e^a + e^{-a} - 2)$

8.13 a) $D_f = \mathbb{R}$

c) Estritamente crescente em $] - \infty, 0[$ e estritamente decrescente em $]0, +\infty[$. Tem máximo absoluto no ponto $(0,1)$. A recta $y = 0$ é assíntota horizontal à esquerda e à direita.

d) $\frac{\pi}{2}$

e) π

8.14 a) $\frac{1}{3}$

b) 1

8.15 a) $D_G = \mathbb{R}$. Estritamente decrescente em \mathbb{R} . Não tem extremos locais.

b) $D_H = \mathbb{R}$. Estritamente decrescente em $] - \infty, 0[$ e estritamente crescente em $]0, +\infty[$.

Tem mínimo local no ponto $(0,0)$.

8.16 $f(x) = \frac{1}{2}(e^{-2\pi} - 1) + (1 - 4c^2)e^{-2c^2}x^2$, onde c é um número entre 0 e x .

8.18 a) $a, b \in]0, +\infty[$ tais que $a = \frac{1}{b}$

b) $F(1) = \frac{3}{2} + \ln 2$

8.19 a) $f(-1) = 1 + \ln 2$

b) $y = -3x + (-2 + \ln 2)$

8.20 a) $D_{f'} = \mathbb{R} \setminus 0$

b) $f'(x) = \begin{cases} -2x - 1, & x < 0 \\ 2e^{2x}, & x > 0 \end{cases}$

c) $G(x) = \begin{cases} -\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + \frac{7}{6}, & -1 \leq x < 0 \\ \frac{e^{2x}}{2} + \frac{2}{3}, & x \geq 0 \end{cases}$

8.21 $f(x) = -2 \cos x + (x - 2)e^x + 3x + 5$