Época Normal - 11 de Janeiro de 2016

1.a) $A =]-\infty, -\sqrt{3}[\cup]\sqrt{3}, +\infty[$;

1.b) Minorantes de B:$]-\infty, 0]$; Majorantes B: $[\frac{1}{e}, +\infty[$; máximo $= \frac{1}{e}$, mínimo não existe;

1.c) $fr(A \cap \mathbb{Q}) =]-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty[$; $B' = \{0\}$;

1.d) i) PV pq A é um conjunto aberto; ii) PV (pq $\mathbb{R}\backslash A$ é compacto);

2.b) Area=$\int_0^1 (1-(1-x))dx + \int_1^e (1-\ln(x))dx = e - \frac{3}{2}$;

3.a) f é contínua em $\mathbb{R}$ para $a = 0$, $b \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$;

3.b) não;

3.c) $y = \frac{3}{4}b$;

4. Considere a função $f(x) = 2x - 5 - \arctan(x)$; o exercício pede para provar que f tem um unico zero real; para provar que tem pelo menos 1 zero utilize o teorema do valor intermédio de Bolzano aplicado a um intervalo conveniente (qq intervalo $[a, b]$ para o qual $f(a).f(b) < 0$); para provar que não pode ter mais do q um zero utilize o teo de Rolle e verifique q a função f' não tem nenhum zero;

5. Pontos improprios: 0 e 2; No ponto 0 comparar com $\int_0^1 \frac{1}{x^{\alpha/2-1/2}}dx$, conv sse $\alpha < 3$; No ponto 2 comparar com $\int_1^2 \frac{1}{(2-x)^{-1/2}}dx$, conv qq q seja valor de α; Conv sse $0 < \alpha < 3$;

6. Comece por aplicar teo Lagrange à função f nos intervalos $[x_{2n-1}, x_{2n}]$ e prove q $\forall n \in \mathbb{N}$, n pertence ao contradomínio de f'; Uma vez q f' é contínua e q $\mathbb{N}$ está contido no contradomínio de f', aplicando o teo do valor intermédio de Bolzano a f' conclui o pretendido (...se 1 e n estão no ocntradomínio, todo o k entre 1 e n tb está.....)