

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Formulário**

Axiomática: P1.  $P(A) \geq 0$  P2.  $P(\Omega) = 1$  P3. Se  $A \cap B = \emptyset$  então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$ ;  $\text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$ ;  $\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$ ;  $\text{Var}(aX + bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\text{Cov}(X, Y)$ ;  $E(Y) = E_X[E(Y | X)]$ ;

Função geradora de momentos:  $M_X(s) = E(e^{sX})$ ;  $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ ;  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2$ ;  $S'^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ ;  $(n-1)S'^2 = n S^2$

$X \sim \chi_{(n)}^2$  então  $E(X) = n$ ;  $\text{Var}(X) = 2n$ ;  $M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}$ ,  $s < \frac{1}{2}$ ;  $\gamma_1 = \sqrt{8/n}$ ;  $\gamma_2 = 3 + 12/n$

**[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva

1. Seja  $\{A_1, A_2, A_3\}$  uma partição de  $\Omega$ , com  $P(A_i) > 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ , e  $B$  e  $C$  dois acontecimentos em  $\Omega$  .:

	V	F
Se $B \subset A_2$ , então $P(B) = P(B A_2) \times P(A_2)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam $B$ e $C$ acontecimentos com probabilidade positiva. Se $B$ e $C$ são incompatíveis então $P(B C) = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam $B$ e $C$ acontecimentos tais que $P(C) = 0.6, P(B) = 0.4$ e $P(B \cap C) = 0.1$ Então os acontecimentos $B$ e $C$ não são independentes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Os acontecimentos $A_1, A_2$ e $A_3$ são incompatíveis.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Seja  $X$  uma variável aleatória com função de distribuição  $F(x)$  e  $a \in \mathfrak{R}$ .

	V	F
Se $X$ for contínua, $f(x)$ tem domínio em $\mathfrak{R}$ e contradomínio em $[0;1]$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sejam $a$ e $c$ números reais. Se $X$ é uma variável aleatória discreta então $P(a < X < c) \neq F_X(c) - F_X(a)$ , $\forall a, c \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $X$ for variável aleatória mista, então $0 \leq F(x) \leq 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $X$ for contínua com $f(x) > 0$ para $x > 0$ e $Y = \begin{cases} 0 & X \leq 1 \\ 1 & X > 1 \end{cases}$ . Então $Y$ é uma variável aleatória discreta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3. Seja  $X$  uma variável aleatória de média  $\mu \neq 0$  e variância  $\sigma^2$

	V	F
A função geradora dos momentos é utilizada para obter a distribuição de um produto de variáveis aleatórias independentes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $X$ tiver uma distribuição do qui-quadrado com 10 graus de liberdade a média e a mediana não podem coincidir.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Pode-se garantir que $E\left(\frac{5}{X}\right) = \frac{5}{E(X)}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $X$ for contínua, $\text{var}(X - 3) = \text{var}(3 - X)$ apenas se a distribuição de $X$ for simétrica	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

4. Seja  $(X, Y)$  uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta  $F_{X,Y}(x, y) \therefore$

	<b>V</b>	<b>F</b>
Se $F_{X,Y}(1.5, 2.0) = 1$ , então $F_Y(2.0) = 1$		
Se $X$ e $Y$ independentes então $f_{X Y=y}(x) = f_X(x)$ quando $f_Y(y) > 0$		
Se $X$ e $Y$ forem independentes pode-se garantir que $cov(X, Y) = 0$		
Se $X$ e $Y$ forem independentes então $X^2$ e $Y$ são também independentes		

5. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ ,  $n > 2$ , uma amostra casual simples retirada de um universo  $X$ . Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), assinalando com **X** na quadrícula respectiva:

	<b>V</b>	<b>F</b>
Numa amostra casual as observações têm todas idêntica distribuição		
Existindo $var(X)$ , pode-se garantir que, qualquer que seja a distribuição de $X$ , $E(S^2) < E(S'^2)$		
Se existir $var(X)$ , então pode-se garantir que $var(\bar{X})$ existe		
Se o universo for normal então a média do universo coincide com a média da amostra.		

6. Sendo  $A$  e  $B$  dois acontecimentos independentes definidos no espaço  $\Omega$ , prove, recorrendo à axiomática de Kolmogorov, que  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  são independentes  
[Cotação: 15]

7. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra casual extraída de um universo  $X$  com função de distribuição  $F_X(x)$ . Seja ainda  $T = \max\{X_i\}$ . Obtenha a função de distribuição de  $T$  como função de  $F_X$ . [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Formulário**

Axiomática: P1.  $P(A) \geq 0$  P2.  $P(\Omega) = 1$  P3. Se  $A \cap B = \emptyset$  então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos:  $M_X(s) = E(e^{sX})$ ;  $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2; S'^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}; (n-1)S'^2 = n S^2$$

$$X \sim \chi_{(n)}^2 \text{ então } E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}, s < \frac{1}{2}; \gamma_1 = \sqrt{8/n}; \gamma_2 = 3+12/n$$

1. Seja  $\{A_1, A_2, A_3\}$  uma partição de  $\Omega$ , com  $P(A_i) > 0, i = 1, 2, 3$ , e  $B$  e  $C$  dois acontecimentos em  $\Omega$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva: V F

Se $B \subset A_2$ , então $P(B) = P(B   A_2) \times P(A_2)$		
Se $B$ e $C$ são independentes pode-se sempre escrever $P(B \cap C) = 0$		
Se $P(B) > 0$ e $P(C) > 0$ , então $P(B \cap C   C) = P(B \cap C) / P(C)$		
Pode-se garantir que $P(A_1 \cap A_3) = 0$		

**[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]**

2. Seja  $X$  uma variável aleatória com função de distribuição  $F(x)$  e  $a \in \mathbb{R}$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva: V F

Se $X$ for discreta, $f(x)$ tem domínio em $\mathbb{R}$ e contradomínio em $[0;1]$		
Se $X$ for mista, $F(x)$ tem pelo menos 1 ponto de descontinuidade		
$0 \leq F(x) \leq 1$ excepto se $X$ for variável aleatória mista		
Se $X$ for contínua com $f(x) > 0$ para $x > 0$ e $Y = \begin{cases} 0 & X \leq 3 \\ X-3 & X > 3 \end{cases}$ . Então $Y$ é uma variável aleatória discreta		

3. Seja  $X$  uma variável aleatória de média  $\mu \neq 0$  e variância  $\sigma^2$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva: V F

A função geradora dos momentos é utilizada para obter a distribuição de um produto de variáveis aleatórias independentes		
Se $X$ tiver uma distribuição do qui-quadrado com 7 graus de liberdade média e mediana não podem coincidir.		
Pode-se garantir que $E\left(\frac{5}{X}\right) = \frac{5}{E(X)}$		

Se $X$ for contínua, $\text{var}(X - 3) = \text{var}(3 - X)$ apenas se a distribuição de $X$ for simétrica		
--	--	--

**vsff** →

4. Seja  $(X, Y)$  uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta  $F_{X,Y}(x, y)$ .  
 Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), assinalando com **X** na quadrícula respectiva: **V**

Se $F_{X,Y}(1.5, 2.0) = 1$ , então pode acontecer que $F_Y(2.0) = 0.5$		
Se $X$ e $Y$ independentes então $f_{X Y=y}(x) = f_X(x)$ quando $f_Y(y) > 0$		
Se $X$ e $Y$ forem independentes pode-se garantir que $\text{cov}(X, Y) = 0$		
Se $X$ e $Y$ forem independentes então $X^2$ e $Y^2$ são também independentes		

5. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n), n > 2$ , uma amostra casual simples retirada de um universo  $X$ . Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), assinalando com **X** na quadrícula respectiva: **V**

Numa amostra casual as observações têm todas idêntica distribuição		
Existindo $\text{var}(X)$ , pode-se garantir que, qualquer que seja a distribuição de $X$ , $E(S^2) < E(S'^2)$		
Se existir $\text{var}(X)$ , então pode-se garantir que $\text{var}(\bar{X})$ existe		
Se o universo for normal então a média do universo coincide com a média da amostra.		

6. Sendo  $A$  e  $B$  dois acontecimentos independentes definidos no espaço  $\Omega$ , prove, recorrendo à axiomática de Kolmogorov, que  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  são independentes [Cotação: 15]

7. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra casual extraída de um universo  $X$  com função de distribuição  $F_X(x)$ .  
 Seja ainda  $T = \max\{X_i\}$ . Obtenha a função de distribuição de  $T$  como função de  $F_X(x)$ . [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Formulário**

Axiomática: P1.  $P(A) \geq 0$  P2.  $P(\Omega) = 1$  P3. Se  $A \cap B = \emptyset$  então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$ ;  $\text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$ ;  $\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$ ;  $\text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y)$ ;  $E(Y) = E_X[E(Y | X)]$ ;

Função geradora de momentos:  $M_X(s) = E(e^{sX})$ ;  $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ ;  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2$ ;  $S'^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ ;  $(n-1)S'^2 = n S^2$

$X \sim \chi_{(n)}^2$  então  $E(X) = n$ ;  $\text{Var}(X) = 2n$ ;  $M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}$ ,  $s < \frac{1}{2}$ ;  $\gamma_1 = \sqrt{8/n}$ ;  $\gamma_2 = 3 + 12/n$

1. Seja  $\{A_1, A_2, A_3\}$  uma partição de  $\Omega$ , com  $P(A_i) > 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ , e  $B$  e  $C$  dois acontecimentos em  $\Omega$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva: V F

Se $B \subset A_3$ , então $P(B) = P(B   A_3) \times P(A_3)$		
Se $B$ e $C$ são incompatíveis, é possível que se tenha $P(B \cap C) \neq 0$		
Se $P(B) > 0$ e $P(C) > 0$ , então $P(B \cup C   C) = P(B) / P(C)$		
Pode acontecer que $P(A_1 \cap A_3) \neq 0$		

**[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]**

2. Seja  $X$  uma variável aleatória com função de distribuição  $F(x)$  e  $a \in \mathfrak{R}$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva: V F

Se $X$ for contínua, $f(x)$ tem domínio em $\mathfrak{R}$ e contradomínio em $[0;1]$		
Se $X$ for mista, $F(x)$ tem pelo menos 3 pontos de descontinuidade		
Se $X$ for variável aleatória discreta, então $0 \leq F(x) \leq 1$		
Se $X$ for contínua com $f(x) > 0$ para $x > 0$ e $Y = \begin{cases} 0 & X \leq 3 \\ 1 & X > 3 \end{cases}$ . Então $Y$ é uma variável aleatória discreta		

3. Seja  $X$  uma variável aleatória de média  $\mu \neq 0$  e variância  $\sigma^2$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva: V F

A função geradora dos momentos é utilizada para obter a distribuição de um produto de variáveis aleatórias independentes		
Se $X$ tiver uma distribuição do qui-quadrado com 8 graus de liberdade média e mediana coincidem.		
Pode-se garantir que $E\left(\frac{5}{X}\right) = \frac{5}{E(X)}$		

Se $X$ for contínua, $\text{var}(X - 3) = \text{var}(3 - X)$ apenas se a distribuição de $X$ for simétrica		
--	--	--

**vsff →**

4. Seja  $(X, Y)$  uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta  $F_{X,Y}(x, y)$ .  
 Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), assinalando com **X** na quadrícula respectiva: **V**

Se $F_{X,Y}(1.5, 2.0) = 1$ , então $F_X(1.7) = 1$		
Se $X$ e $Y$ independentes então $f_{X Y=y}(x) = f_X(x)$ quando $f_Y(y) > 0$		
Se $X$ e $Y$ forem independentes pode acontecer que $\text{cov}(X, Y) \neq 0$		
Se $X$ e $Y$ forem independentes então $X^2$ e $Y$ são também independentes		

5. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n), n > 2$ , uma amostra casual simples retirada de um universo  $X$ . Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), assinalando com **X** na quadrícula respectiva: **V**

Numa amostra casual as observações têm todas idêntica distribuição		
Existindo $\text{var}(X)$ , pode-se garantir que, qualquer que seja a distribuição de $X$ , $E(S^2) < E(S'^2)$		
Se existir $\text{var}(X)$ , então pode-se garantir que $\text{var}(\bar{X})$ existe		
Se o universo for normal então a média do universo coincide com a média da amostra.		

6. Sendo  $A$  e  $B$  dois acontecimentos independentes definidos no espaço  $\Omega$ , prove, recorrendo à axiomática de Kolmogorov, que  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  são independentes [Cotação: 15]

7. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra casual extraída de um universo  $X$  com função de distribuição  $F_X(x)$ .  
 Seja ainda  $T = \max\{X_i\}$ . Obtenha a função de distribuição de  $T$  como função de  $F_X(x)$ . [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Formulário**

Axiomática: P1.  $P(A) \geq 0$  P2.  $P(\Omega) = 1$  P3. Se  $A \cap B = \emptyset$  então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\text{Var}(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2; \text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y); \rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y); \text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y); E(Y) = E_X[E(Y | X)];$$

Função geradora de momentos:  $M_X(s) = E(e^{sX})$ ;  $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2; S'^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}; (n-1)S'^2 = n S^2$$

$$X \sim \chi_{(n)}^2 \text{ então } E(X) = n; \text{Var}(X) = 2n; M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}, s < \frac{1}{2}; \gamma_1 = \sqrt{8/n}; \gamma_2 = 3+12/n$$

1. Seja  $\{A_1, A_2, A_3\}$  uma partição de  $\Omega$ , com  $P(A_i) > 0, i = 1, 2, 3$ , e  $B$  e  $C$  dois acontecimentos em  $\Omega$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva: V F

Se $B \subset A_3$ , então $P(B) = P(B   A_3) \times P(A_3)$		
Se $B$ e $C$ são independentes é possível que se tenha $P(B \cap C) \neq 0$		
Se $P(B) > 0$ e $P(C) > 0$ , então $P(B \cup C   C) = 1$		
Pode acontecer que $P(A_1 \cap A_3) \neq 0$		

**[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]**

2. Seja  $X$  uma variável aleatória com função de distribuição  $F(x)$  e  $a \in \mathbb{R}$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva: V F

Se $X$ for discreta, $f(x)$ tem domínio em $\mathbb{R}$ e contradomínio em $[0;1]$		
Se $X$ for discreta, $F(x)$ tem pelo menos 3 pontos de descontinuidade		
Se $X$ for variável aleatória mista, então $0 \leq F(x) \leq 1$		
Se $X$ for contínua com $f(x) > 0$ para $x > 0$ e $Y = \begin{cases} 0 & X \leq 3 \\ X-3 & X > 3 \end{cases}$ . Então $Y$ é uma variável aleatória mista		

3. Seja  $X$  uma variável aleatória de média  $\mu \neq 0$  e variância  $\sigma^2$ . Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva: V F

A função geradora dos momentos é utilizada para obter a distribuição de um produto de variáveis aleatórias independentes		
Se $X$ tiver uma distribuição do qui-quadrado com 3 graus de liberdade média e mediana coincidem.		
Pode-se garantir que $E\left(\frac{5}{X}\right) = \frac{5}{E(X)}$		

Se $X$ for contínua, $\text{var}(X - 3) = \text{var}(3 - X)$ apenas se a distribuição de $X$ for simétrica		
--	--	--

**vsff →**

4. Seja  $(X, Y)$  uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta  $F_{X,Y}(x, y)$ .  
 Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), assinalando com **X** na quadrícula respectiva: **V**

Se $F_{X,Y}(1.5, 2.0) = 1$ , então é possível que $F_X(1.7) = 0.9$		
Se $X$ e $Y$ independentes então $f_{X Y=y}(x) = f_X(x)$ quando $f_Y(y) > 0$		
Se $X$ e $Y$ forem independentes pode acontecer que $\text{cov}(X, Y) \neq 0$		
Se $X$ e $Y$ forem independentes então $X^2$ e $Y^3$ são também independentes		

5. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n), n > 2$ , uma amostra casual simples retirada de um universo  $X$ . Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), assinalando com **X** na quadrícula respectiva: **V**

Numa amostra casual as observações têm todas idêntica distribuição		
Existindo $\text{var}(X)$ , pode-se garantir que, qualquer que seja a distribuição de $X$ , $E(S^2) < E(S'^2)$		
Se existir $\text{var}(X)$ , então pode-se garantir que $\text{var}(\bar{X})$ existe		
Se o universo for normal então a média do universo coincide com a média da amostra.		

6. Sendo  $A$  e  $B$  dois acontecimentos independentes definidos no espaço  $\Omega$ , prove, recorrendo à axiomática de Kolmogorov, que  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  são independentes [Cotação: 15]

7. Seja  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  uma amostra casual extraída de um universo  $X$  com função de distribuição  $F_X(x)$ .  
 Seja ainda  $T = \max\{X_i\}$ . Obtenha a função de distribuição de  $T$  como função de  $F_X(x)$ . [Cotação: 15]



Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1.a) (10)	2 a)(15)	3.a) (10)	4 a) (10)	T:
1.b) (20)	2 b)(15)	3.b) (20)	4 b) (20)	P:

1. O gerente de uma estação de serviço vai instalar novas secções de lavagem de carros. Para determinar o número de secções a instalar, ele decidiu que, no período de maior afluência, a probabilidade de um carro não ser atendido de imediato não pode exceder 10%. Sabe-se que, no período em questão, o número de chegadas de carros é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de média 5. Sabe-se ainda que cada secção de lavagem só pode atender uma viatura no período em questão.

a) Qual o número mínimo de secções que devem funcionar nesse período? (*Assinale com uma cruz no quadrado adequado*)

6

7

8

9

b) Se o período de maior afluência corresponder a um período de 3 horas e no início desse período existir uma fila de 5 carros, determine a probabilidade de passada uma hora, a 5ª viatura ter sido atendida.

2. A diferença entre a hora de passagem na tabela e o momento efectivo de passagem do autocarro numa certa paragem, em minutos, é uma variável aleatória,  $X$ , cuja densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} k & 0 < x < 1 \\ \frac{6}{5x^2} & 1 \leq x < 5 \end{cases}$$

a) Determine  $k$  e a função de distribuição da variável aleatória  $X$ .

b) Foi seleccionada uma amostra aleatória de 9 passageiros que esperam nessa paragem. Qual a probabilidade de o passageiro que mais tempo esperou pelo autocarro, tenha esperado mais de 2 minutos em relação à tabela?

3. Considere a variável aleatória bidimensional  $(X, Y)$ , representando o número de unidades vendidas do equipamento 1 e 2, respectivamente, de uma empresa de certa industria. A função de probabilidade conjunta é a seguinte:

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	0.05	0.10	0.10	0.05
1	0.10	0.10	0.05	0.03
2	0.10	0.08	0.05	0.03
3	0.05	0.05	0.04	0.02

a) Sabendo que não foram vendidas unidades do equipamento 1, qual o valor esperado de vendas do equipamento 2? (Assinale com uma **CRUZ** no quadrado adequado)

1.035

1.50

1.66

1.242

b) Determine a probabilidade de, no mínimo, se vender um total de duas unidades.

4. Com base na informação recolhida em anos anteriores, sabe-se que é de 0.25 a probabilidade de um indivíduo, residente numa determinada região, aderir às campanhas de vacinação anual contra a gripe.

a) De um grupo de 10 pessoas qual a probabilidade de mais de 6 aderirem às campanhas de vacinação anual contra a gripe?

0.0035

0.9838

0.0197

0.9416

b) Sabendo que nessa região residem 123 mil pessoas, qual o número mínimo de vacinas que os serviços médicos devem dispor para responderem às necessidades de vacinação com uma probabilidade de pelo menos 95%?



Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1.a) (10)	2 a)(15)	3.a) (10)	4 a) (10)	T:
1.b) (20)	2 b)(15)	3.b) (20)	4 b) (20)	P:

1. O gerente de uma estação de serviço vai instalar novas secções de lavagem de carros. Para determinar o número de secções a instalar, ele decidiu que, no período de maior afluência, a probabilidade de um carro não ser atendido de imediato não pode exceder 10%. Sabe-se que, no período em questão, o número de chegadas de carros é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de média 5. Sabe-se ainda que cada secção de lavagem só pode atender uma viatura no período em questão.

a) Qual o número mínimo de secções que devem funcionar nesse período? (*Assinale com uma cruz no quadrado adequado*)

6

7

8

9

b) Se o período de maior afluência corresponder a um período de 3 horas e no início desse período existir uma fila de 5 carros, determine a probabilidade de passada uma hora, a 5ª viatura ter sido atendida.

2. A diferença entre a hora de passagem na tabela e o momento efectivo de passagem do autocarro numa certa paragem, em minutos, é uma variável aleatória,  $X$ , cuja densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} k & 0 < x < 1 \\ \frac{6}{5x^2} & 1 \leq x < 5 \end{cases}$$

a) Determine  $k$  e a função de distribuição da variável aleatória  $X$ .

b) Foi seleccionada uma amostra aleatória de 9 passageiros que esperam nessa paragem. Qual a probabilidade de o passageiro que mais tempo esperou pelo autocarro, tenha esperado mais de 2 minutos em relação à tabela?

3. Considere a variável aleatória bidimensional  $(X, Y)$ , representando o número de unidades vendidas do equipamento 1 e 2, respectivamente, de uma empresa de certa industria. A função de probabilidade conjunta é a seguinte:

$X \setminus Y$	0	1	2	3
0	0.05	0.10	0.10	0.05
1	0.10	0.10	0.05	0.03
2	0.10	0.08	0.05	0.03
3	0.05	0.05	0.04	0.02

a) Sabendo que foi vendida uma unidade do equipamento 1, qual o valor esperado de vendas do equipamento 2? (Assinale com uma **crux** no quadrado adequado)

1.035

1.50

1.66

1.242

b) Determine a probabilidade de, no mínimo, se vender um total de duas unidades.

4. Com base na informação recolhida em anos anteriores, sabe-se que é de 0.25 a probabilidade de um indivíduo, residente numa determinada região, aderir às campanhas de vacinação anual contra a gripe.

a) De um grupo de 12 pessoas qual a probabilidade de mais de 7 aderirem às campanhas de vacinação anual contra a gripe?

0.9885

0.0027

0.9599

0.0143

b) Sabendo que nessa região residem 123 mil pessoas, qual o número mínimo de vacinas que os serviços médicos devem dispor para responderem às necessidades de vacinação com uma probabilidade de pelo menos 95%?



Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1.a) (10)	2 a)(15)	3.a) (10)	4 a) (10)	T:
1.b) (20)	2 b)(15)	3.b) (20)	4 b) (20)	P:

1. O gerente de uma estação de serviço vai instalar novas secções de lavagem de carros. Para determinar o número de secções a instalar, ele decidiu que, no período de maior afluência, a probabilidade de um carro não ser atendido de imediato não pode exceder 10%. Sabe-se que, no período em questão, o número de chegadas de carros é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de média 5. Sabe-se ainda que cada secção de lavagem só pode atender uma viatura no período em questão.

a) Qual o número mínimo de secções que devem funcionar nesse período? (*Assinale com uma cruz no quadrado adequado*)

6

7

8

9

b) Se o período de maior afluência corresponder a um período de 3 horas e no início desse período existir uma fila de 5 carros, determine a probabilidade de passada uma hora, a 5ª viatura ter sido atendida.

2. A diferença entre a hora de passagem na tabela e o momento efectivo de passagem do autocarro numa certa paragem, em minutos, é uma variável aleatória,  $X$ , cuja densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} k & 0 < x < 1 \\ \frac{6}{5x^2} & 1 \leq x < 5 \end{cases}$$

a) Determine  $k$  e a função de distribuição da variável aleatória  $X$ .

b) Foi seleccionada uma amostra aleatória de 9 passageiros que esperam nessa paragem. Qual a probabilidade de o passageiro que mais tempo esperou pelo autocarro, tenha esperado mais de 2 minutos em relação à tabela?

3. Considere a variável aleatória bidimensional  $(X, Y)$ , representando o número de unidades vendidas do equipamento 1 e 2, respectivamente, de uma empresa de certa industria. A função de probabilidade conjunta é a seguinte:

$X \setminus Y$	0	1	2	3
0	0.05	0.10	0.10	0.05
1	0.10	0.10	0.05	0.03
2	0.10	0.08	0.05	0.03
3	0.05	0.05	0.04	0.02

a) Sabendo que não foram vendidas unidades do equipamento 2, qual o valor esperado de vendas do equipamento 1? (Assinale com uma **cruz** no quadrado adequado)

1.035

1.50

1.66

1.242

b) Determine a probabilidade de, no mínimo, se vender um total de duas unidades.

4. Com base na informação recolhida em anos anteriores, sabe-se que é de 0.25 a probabilidade de um indivíduo, residente numa determinada região, aderir às campanhas de vacinação anual contra a gripe.

a) De um grupo de 15 pessoas qual a probabilidade de mais de 8 aderirem às campanhas de vacinação anual contra a gripe?

0.0173

0.9869

0.0042

0.9607

b) Sabendo que nessa região residem 123 mil pessoas, qual o número mínimo de vacinas que os serviços médicos devem dispor para responderem às necessidades de vacinação com uma probabilidade de pelo menos 95%?



Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1.a) (10)	2 a)(15)	3.a) (10)	4 a) (10)	T:
1.b) (20)	2 b)(15)	3.b) (20)	4 b) (20)	P:

1. O gerente de uma estação de serviço vai instalar novas secções de lavagem de carros. Para determinar o número de secções a instalar, ele decidiu que, no período de maior afluência, a probabilidade de um carro não ser atendido de imediato não pode exceder 10%. Sabe-se que, no período em questão, o número de chegadas de carros é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de média 5. Sabe-se ainda que cada secção de lavagem só pode atender uma viatura no período em questão.

a) Qual o número mínimo de secções que devem funcionar nesse período? (*Assinale com uma cruz no quadrado adequado*)

6

7

8

9

b) Se o período de maior afluência corresponder a um período de 3 horas e no início desse período existir uma fila de 5 carros, determine a probabilidade de passada uma hora, a 5ª viatura ter sido atendida.

2. A diferença entre a hora de passagem na tabela e o momento efectivo de passagem do autocarro numa certa paragem, em minutos, é uma variável aleatória,  $X$ , cuja densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} k & 0 < x < 1 \\ \frac{6}{5x^2} & 1 \leq x < 5 \end{cases}$$

a) Determine  $k$  e a função de distribuição da variável aleatória  $X$ .

b) Foi seleccionada uma amostra aleatória de 9 passageiros que esperam nessa paragem. Qual a probabilidade de o passageiro que mais tempo esperou pelo autocarro, tenha esperado mais de 2 minutos em relação à tabela?

3. Considere a variável aleatória bidimensional  $(X, Y)$ , representando o número de unidades vendidas do equipamento 1 e 2, respectivamente, de uma empresa de certa industria. A função de probabilidade conjunta é a seguinte:

$X \backslash Y$	0	1	2	3
0	0.05	0.10	0.10	0.05
1	0.10	0.10	0.05	0.03
2	0.10	0.08	0.05	0.03
3	0.05	0.05	0.04	0.02

a) Sabendo que foi vendida uma unidade do equipamento 2, qual o valor esperado de vendas do equipamento 1? (Assinale com uma **cruz** no quadrado adequado)

1.35       1.50       1.66       1.242

b) Determine a probabilidade de, no mínimo, se vender um total de duas unidades.

4. Com base na informação recolhida em anos anteriores, sabe-se que é de 0.25 a probabilidade de um indivíduo, residente numa determinada região, aderir às campanhas de vacinação anual contra a gripe.

a) De um grupo de 9 pessoas qual a probabilidade de mais de 3 aderirem às campanhas de vacinação anual contra a gripe?

0.1657       0.7664       0.3993       0.6997

b) Sabendo que nessa região residem 123 mil pessoas, qual o número mínimo de vacinas que os serviços médicos devem dispor para responderem às necessidades de vacinação com uma probabilidade de pelo menos 95%?