1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\emptyset$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow E(X)=n\theta, Var(X)=n\theta(1-\theta)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x<0)$; $X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow M_X(s)=\left(\frac{\lambda}{\lambda-s}\right)^\alpha$ e $2\lambda X\sim\chi^2_{(2\alpha)}$; $X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$;

$\mathrm{Var}(X)=2n$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $E(\bar{X})=\mu; Var(\bar{X})=\sigma^2/n$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=nS^2$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω.

	V	F
Sabendo-se que quando A se realiza, não se realiza B, pode afirmar-se que os acontecimentos A e B são independentes		
Se $P(A\|B)=0$, então A e B são acontecimentos incompatíveis.		
Sejam A e B, acontecimentos, tais que $P(A)=0.6$, $P(B)=0.4$, $P(A-B)=0.6$. Os acontecimentos A e B constituem uma partição do espaço de resultados		
Se $A\subset B\Rightarrow P(\overline{A\cup B})=1-P(B)$		

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F_X(x)$.

	V	F
Se X é uma variável aleatória discreta com $D_X=\{-1,0,1\}$, $P(X\leq 0\|X<1)=1$		
Se φ é uma função real de variável real de uma variável aleatória contínua, $Y=\varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória discreta		
Se $f(x)$ é função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua X, então para $\forall x\in\mathcal{R}$ tem-se $0\leq f(x)\leq 1$		
Se X é uma variável aleatória discreta então $\forall x\in D_X, h\in\mathcal{R}\quad F(x+h)-F(x)\geq 0\ quando\ h>0$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$

	V	F
Se (X,Y) é contínua, o 1º decil da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $F_X(k)=0.9$		
Se existe $Var(X)$ e $Y=-X$, então $Var(Y)=-Var(X)$		
Se (X,Y) é uma variável aleatória discreta tal que $D_X=\{1,\cdots,5\}$, $D_Y=\{0,1,2\}$. A $P(X\leq 5)=1$.		
$E(X-2Y)=E(X)-2E(Y)$ se e só se X e Y forem independentes		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X\sim U(a, a+1)$ então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = 1/2$		
Seja $X\sim N(\mu, \sigma^2)$ e considere-se como sucesso o acontecimento $A = \{X < \mu\}$. considere uma sucessão de n experiências aleatórias independentes. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $n/4$		
Se $X_i\sim Ex(\lambda)(i = 1,2)$ então $X_1 + X_2 \sim \chi^2(4)$		
Se $X_1\sim B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ e $X_2\sim B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ são variáveis aleatórias independentes, então $X_1 + X_2 \sim B\left(2n, \frac{5}{6}\right)$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.

	V	F
A variância da média da amostra coincide com a variância da população		
$2 + \|X_1 + X_n\|$ é uma estatística		
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras casuais independentes de uma mesma população X. Então $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$.		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $\forall\, x \in \mathbb{R}, P(X_{(1)} > x) = P(X_{(n)} > x)$		

6. Seja a variável aleatória bidimensional (X, Y). Partindo da definição de $Cov(X, Y)$, demonstre que, $Cov(X, Y) = E(X, Y) - E(X).E(Y)$ [Cotação: 15]

7. Utilizando a função geradora de momentos, mostre que se $X\sim G(\alpha, \lambda)$ e $Y = \frac{X}{c}$ com $c < 0$, então $Y\sim G(\alpha, c\lambda)$ [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\emptyset$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\text{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\text{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY)=a^2\text{Var}(X)+b^2\text{Var}(Y)+2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$;

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x\,!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots);X\sim B(n,\theta)\Rightarrow E(X)=n\theta,Var(X)=n\theta(1-\theta)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\quad(x<0)$; $X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow M_X(s)=\left(\frac{\Lambda}{\Lambda-s}\right)^{\alpha}$ e $2\Lambda X\sim\chi^2_{(2\alpha)}$; $X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$;

$\text{Var}(X)=2n$ $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $E(\bar{X})=\mu; Var(\bar{X})=\sigma^2/n$ $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Sejam A e B acontecimentos, com probabilidade positiva, de um espaço de resultados Ω .

	V	F
Sabendo-se que quando A se realiza, não se realiza B, pode afirmar-se que os acontecimentos A e B são incompatíveis.		
Se $P(A\vert B)=0$, então A e B são acontecimentos independentes.		
Sejam A e B, acontecimentos tais que $P(A)=0.6$, $P(B)=0.4$, $P(A-B)=0.36$. Os acontecimentos A e B constituem uma partição do espaço de resultados		
Se $P(A-B)=0$, então $P(A\cup B)=P(B)$		

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F(x)$.

	V	F
Se X é uma variável aleatória discreta com $D_X=\{1,2,3\}$, $P(X\leq 2\vert X<3)=1$		
Se $\varphi(X)$ é uma função real de variável real de uma variável aleatória discreta, $Y=\varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória contínua.		
Se $f(x)$ é função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua X, então para $\forall x\in\mathcal{R}$ tem-se $0<f(x)\leq 1$		
Seja X uma variável aleatória contínua, então $\forall x,h\in\mathcal{R},\quad P(X\leq x-h)<F_X(x)\ \ h>0$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$.

	V	F
Se (X,Y) é contínua, o 1º Quartil da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $P(X>k)=0{,}75$		
Se $f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases}f(x,y) & 0<x<5;0<y<2\\ 0 & outros\ valores\ de\ (x,y)\end{cases}$, então a $P(X\leq 5)=1$.		
Se existem $E(X)$ e $E(Y)$ então $E(2X+Y)=2E(X)+E(Y)$		
Se X e Y forem independentes então $Var(X-2Y)=Var(X)-4Var(Y)$		

vsff→

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim U(0, 2a)$ então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = a$		
Seja $X \sim N(0, \sigma^2)$ e considere-se como sucesso o acontecimento $A = \{X < \sigma\}$. Considere uma sucessão de n experiências aleatórias independentes. O número médio de sucessos nas n experiências é igual a $n.\Phi(1)$		
Se $X_i \sim Ex(\lambda)(i = 1,2)$ então $X_1 + X_2 \sim \chi^2(2)$		
Se $X_1 \sim B\left(n_1, \frac{1}{2}\right)$ e $X_2 \sim B\left(n_2, \frac{1}{2}\right)$ são variáveis aleatórias independentes, então $X_1 + X_2 \sim B\left(n_1 + n_2, \frac{1}{2}\right)$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X de parâmetros desconhecidos..

	V	F
A variância da média da amostra tende para 0 quando a dimensão da amostra tende para infinito		
$\frac{\lvert X_{(1)} + X_{(n)} \rvert}{\sigma}$ é uma estatística		
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras casuais de dimensão respectivamente n_1, n_2 $(n_1 = n_2 = n)$ de uma mesma população X. então $Var(\bar{X}_1) = Var(\bar{X}_2)$.		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $\forall\ x \in \mathbb{R}, P(X_{(1)} \leq x) = P(X_{(n)} \leq x)$		

6. Seja a variável aleatória bidimensional (X, Y). Partindo da definição de $Cov(X, Y)$, demonstre que, $Cov(X, Y) = E(X, Y) - E(X).E(Y)$ [Cotação: 15]

7. Utilizando a função geradora de momentos, mostre que se $X \sim G(\alpha, \lambda)$ e $Y = X/c$ com $c > 0$, então $Y \sim G(\alpha, c\lambda)$ [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos V3

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \varnothing$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\text{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X\left[E(Y \mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X{}^{(r)}(0)$

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = \left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda > 0, x = 0,1,\cdots)$; $X \sim B(n,\theta) \Rightarrow E(X) = n\theta, Var(X) = n\theta(1-\theta)$

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $(x < 0)$; $X \sim G(\alpha,\lambda) \Rightarrow M_X(s) = \left(\frac{\Lambda}{\Lambda - s}\right)^\alpha$ e $2\Lambda X \sim \chi^2_{(2\alpha)}$; $X \sim \chi^2_{(n)}$ então $E(X) = n$;

$\text{Var}(X) = 2n$ $\bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $E(\bar{X}) = \mu; Var(\bar{X}) = \sigma^2/n$ $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Sejam A e B acontecimentos de um espaço de resultados Ω, com probabilidade positiva.

	V	F
Sabendo-se que quando A se realiza, não se realiza B, pode afirmar-se que os acontecimentos A e B são dependentes		
Se $P(A\|B) = 0$, então A e B são acontecimentos incompatíveis.		
Sejam A e B, acontecimentos tais que $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$, $P(A-B) = 0.6$. Os acontecimentos A e B constituem uma partição do espaço de resultados		
Se $P(B-A) = 0$, então $P(A \cup B) = P(A)$		

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F(x)$.

	V	F
Se X é uma variável aleatória contínua, $P(X \leq 2 \| X < 3) = 1$		
Se $\varphi(X)$ é uma função real de variável real de uma variável aleatória discreta, $Y = \varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória mista		
Se $f(x)$ é função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua X, então para $\forall x \in \mathcal{R}$ tem-se $f(x) \geq 0$		
Se X é uma variável aleatória discreta então $\forall x \in D_X, h \in \mathcal{R}$ $F(x+h) - F(x) \geq 0$ $quando$ $h > 0$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$.

	V	F
Se (X,Y) for contínua e ε_α for o Quantil de ordem α de uma v.a. X, então $P(X > \varepsilon_\alpha) = 1 - \alpha$		
Seja (X,Y) uma variável aleatória discreta tal que $D_X = \{1,\cdots,5\}$, $D_Y = \{0,1,2\}$. A $P(Y \leq 2) = 1$.		
Se existe $Var(X)$ e $Y = 2 - X$, então $Var(Y) = Var(X)$		
Se X e Y forem dependentes então $E(X-2Y) = E(X) - 2E(Y) - 2E(X,Y)$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim U(-a, a)$, então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = 0$		
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e considere-se como sucesso o acontecimento $A = \{X < 1^{\underline{o}} Quartil\}$. Considere uma sucessão de n experiências aleatórias independentes. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $n/4$		
Se $X_i \sim Ex(1) (i = 1,2)$ então $2X_1 + 2X_2 \sim \chi^2(4)$		
Se $X_1 \sim B\left(n_1, \frac{2}{3}\right)$ e $X_2 \sim B\left(n_2, \frac{1}{2}\right)$, são variáveis aleatórias independentes, então $X_1 + X_2 \sim B(n_1 + n_2, 1)$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.

	V	F
Se a variância da média da amostra é igual a 0 a variância da população também é igual a 0		
$X_1/2$ é uma estatística		
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras casuais independentes de dimensão respectivamente n_1, n_2 $(n_1 \neq n_2)$ de uma mesma população X. então $Var(\bar{X}_1) \neq Var(\bar{X}_2)$.		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $\forall\, x \in \mathbb{R}, P\big(X_{(n)} > x\big) \neq P\big(X_{(1)} > x\big)$		

6. Seja a variável aleatória bidimensional (X, Y). Partindo da definição de $Cov(X, Y)$, demonstre que,
$Cov(X, Y) = E(X, Y) - E(X).E(Y)$ [Cotação: 15]

7. Utilizando a função geradora de momentos, mostre que se $X \sim G(\alpha, \lambda)$ e $Y = X/c$ com $c > 0$, então $Y \sim G(\alpha, c\lambda)$ [Cotação: 15]

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\emptyset$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0, x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow E(X)=n\theta, Var(X)=n\theta(1-\theta)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x<0)$; $X\sim G(\alpha,\lambda)\Rightarrow M_X(s)=\left(\frac{\lambda}{\lambda-s}\right)^{\alpha}$ e $2\lambda X\sim\chi^2_{(2\alpha)}$; $X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$;

$\mathrm{Var}(X)=2n$ $\bar{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $E(\bar{X})=\mu; Var(\bar{X})=\sigma^2/n$ $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\bar{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\bar{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Sejam A e B acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω.

	V	F
Sabendo-se que quando A se realiza, não se realiza B, então os acontecimentos A e B são tais que $P(A\cap B)=P(A).P(B)$.		
Se $P(A\|B)=0$, então A e B são acontecimentos incompatíveis.		
Sejam A e B tais que $P(A)=0.6$, $P(B)=0.5$, $P(A-B)=0.6$. Os acontecimentos A e B constituem uma partição do espaço de resultados		
Se A e B são acontecimentos independentes, então $P(A-B)=P(A)P(\bar{B})$		

2. Seja X uma variável aleatória com função de distribuição $F(x)$.

	V	F
Se X é uma variável aleatória discreta com $D_X=\{-2,0,2\}$, $P(X\leq 0\|X\leq 1)=1$		
Se φ é uma função real de variável real de uma variável aleatória contínua, $Y=\varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória mista		
Se $f(x)$ é função probabilidade de uma variável aleatória discreta X, então para $\forall x\in D_X$ tem-se $f(x)\geq 0$		
Seja X uma variável aleatória contínua, então $\forall x,h\in\mathbb{R}$, $F(x)<F(x+h)\Rightarrow h>0$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$.

	V	F
Se (X,Y) for contínua, o 7º decil da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $F_X(k)=0.7$		
Se (X,Y) tal que $f_{X,Y}(x,y)=\begin{cases} f(x,y) & 0<x<5; 0<y<2\\ 0 & outros\ valores\ de\ (x,y)\end{cases}$, então a $P(Y\leq 2)=1$.		
$E(X-2Y)=E(X)-2E(Y)$		
Se X e Y forem dependentes então $Var(X-2Y)=Var(X)+4Var(Y)$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim U(0, a+1)$, então a mediana da distribuição de X é $\mu_e = \frac{a}{2}$		
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e considere-se como sucesso o acontecimento $A = \{X < 3^{\text{º}} Quartil\}$. Considere uma sucessão de n experiências aleatórias independentes. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $3\,n/16$.		
Se $X_i \sim Ex(\lambda)(i = 1,2)$ então $2\lambda(X_1 + X_2) \sim \chi^2(4)$		
Se $X_1 \sim B\left(n_1, \frac{2}{3}\right)$ e $X_2 \sim B\left(n_2, \frac{1}{3}\right)$ são variáveis aleatórias independentes, então $X_1 + X_2 \sim B(n_1 + n_2, 1)$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de um População X de parâmetros desconhecidos.

	V	F
$Var(\bar{X}) \neq Var(X)$		
$X_{(n)} - X_{(1)}$ é uma estatística		
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras casuais independentes de dimensão $n_1 \neq n_2$ de uma mesma população X. então $E(\bar{X}_1) \neq E(\bar{X}_2)$.		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $\forall\ x \in \mathbb{R}, P\left(X_{(1)} \leq x\right) \neq P\left(X_{(n)} \leq x\right)$		

6. Seja a variável aleatória bidimensional (X, Y). Partindo da definição de $Cov(X, Y)$, demonstre que, $Cov(X, Y) = E(X, Y) - E(X).E(Y)$ [Cotação: 15]

7. Utilizando a função geradora de momentos, mostre que se $X \sim G(\alpha, \lambda)$ e $Y = X/c$ com $c > 0$, então $Y \sim G(\alpha, c\lambda)$ [Cotação: 15]

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(10)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(15)	2b.(20)	3b.(20)	4b.(25)	P:

1. O fundo de pensões de uma empresa deliberou atribuir hoje uma pensão a um trabalhador e ao seu cônjuge durante 20 anos. Suponha que a probabilidade de um dos cônjuges viver mais de 20 anos desde a atribuição da pensão é de 0,9, sendo para o outro de 0,7. Admite-se que existe independência entre os tempos de vida de cada um dos cônjuges

a) A probabilidade de pelo menos um elemento do casal estar vivo daqui a 20 anos é:

0,94 ☐ 0,92 ☐ 0,97 ☐ 0,96 ☐

b) Em 300 casais, qual a probabilidade de menos de 20 não terem qualquer elemento vivo daqui a 20 anos?

2. A função de densidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X, Y) é dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} kxy & 0 < x < 2, 2 < y < 4 \\ 0 & outros\ (x,y) \end{cases}$$

a) O valor da constante k é:

$1/12$ ☐ $1/24$ ☐ $1/96$ ☐ $1/48$ ☐

b) Determine a variância da variável aleatória X. [Nota: se não encontrou o valor de k na alínea anterior faça o cálculo da média mantendo o k]

3. O atendimento de passageiros ao balcão de *check-in* da TAP no aeroporto de Lisboa segue um processo de Poisson de taxa média igual a 12 por hora.

a) Determine a probabilidade de em meia hora serem atendidos pelo menos 4 passageiros.

0.8661 ☐ 0.7149 ☐ 0.9108 ☐ 0.8488 ☐

b) Em certo dia, às 12:00 a fila contava 50 passageiros, qual a probabilidade de todos os passageiros terem sido atendidos até às 17:00?

4. Considere que o peso (em gramas) de cada embalagem de determinado produto alimentar pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição Normal de média 100 e variância 81 e que existe independência entre o peso das embalagens.

a) Determine a probabilidade de 2 embalagens pesarem entre 190 e 220 gramas ?

0.73 ☐ 0.07 ☐ 0.578 ☐ 0.064 ☐

b) Seleccionou-se uma amostra de 10 embalagens. Qual deverá ser a variância da população para que a média da amostra difira, em valor absoluto, da média da população por menos de 5 gramas com uma probabilidade de 95%.

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(10)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(15)	2b.(20)	3b.(20)	4b.(25)	P:

1. O fundo de pensões de uma empresa deliberou atribuir hoje uma pensão a um trabalhador e ao seu cônjuge durante 20 anos. Suponha que a probabilidade de um dos cônjuges viver mais de 20 anos desde a atribuição da pensão é de 0,7, sendo para o outro de 0,8. Admite-se que existe independência entre os tempos de vida de cada um dos cônjuges.

   a) A probabilidade de pelo menos um elemento do casal estar vivo daqui a 20 anos é:

   0,94 ☐ 0,98 ☐ 0,97 ☐ 0,96 ☐

   b) Em 300 casais, qual a probabilidade de menos de 20 não terem qualquer elemento vivo daqui a 20 anos?

2. A função de densidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X,Y) é dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} kxy & 0 < x < 4, 1 < y < 5 \\ 0 & outros\ (x,y) \end{cases}$$

a) O valor da constante k é:

$1/12$ ☐ $1/24$ ☐ $1/96$ ☐ $1/48$ ☐

b) Determine a variância da variável aleatória X. [Nota: se não encontrou o valor de k na alínea anterior faça o cálculo da média mantendo o k]
.

3. O atendimento de passageiros ao balcão de *check-in* da TAP no aeroporto de Lisboa segue um processo de Poisson de taxa média igual a 10 por hora.

a) Determine a probabilidade de em duas horas serem atendidos pelo menos 20 passageiros.

0.5591 ☐ 0.5297 ☐ 0.9112 ☐ 0.4409 ☐

b) Em certo dia, às 12:00 a fila contava 50 passageiros, qual a probabilidade de todos os passageiros terem sido atendidos até às 17:00?

4. Considere que o peso (em gramas) de cada embalagem de determinado produto alimentar pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição Normal de média 100 e variância 81 e que existe independência entre o peso das embalagens.

a) Determine a probabilidade de 2 embalagens pesarem entre 190 e 230 gramas ?

0.1 ☐ 0.775 ☐ 0.66 ☐ 0.08 ☐

b) Seleccionou-se uma amostra de 10 embalagens. Qual deverá ser a variância da população para que a média da amostra difira, em valor absoluto, da média da população por menos de 5 gramas com uma probabilidade de 95%.

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(10)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(15)	2b.(20)	3b.(20)	4b.(25)	P:

1. O fundo de pensões de uma empresa deliberou atribuir hoje uma pensão a um trabalhador e ao seu cônjuge durante 20 anos. Suponha que a probabilidade de um dos cônjuges viver mais de 20 anos desde a atribuição da pensão é de 0,8, sendo para o outro de 0,9. Admite-se que existe independência entre os tempos de vida de cada um dos cônjuges. Admite-se que existe independência entre os tempos de vida de cada um dos cônjuges.

   a) A probabilidade de pelo menos um elemento do casal estar vivo daqui a 20 anos é:

   0,94 ☐ 0,98 ☐ 0,97 ☐ 0,96 ☐

   b) Em 300 casais, qual a probabilidade de menos de 20 não terem qualquer elemento vivo daqui a 20 anos?

2. A função de densidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X,Y) é dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} kxy & 0 < x < 2, 1 < y < 5 \\ 0 & outros\ (x,y) \end{cases}$$

a) O valor da constante k é:

$1/12$ ☐ $1/24$ ☐ $1/96$ ☐ $1/48$ ☐

b) Determine a variância da variável aleatória X. [Nota: se não encontrou o valor de k na alínea anterior faça o cálculo da média mantendo o k]

.

3. O atendimento de passageiros ao balcão de *check-in* da TAP no aeroporto de Lisboa segue um processo de Poisson de taxa média igual a 12 por hora.

a) Determine a probabilidade de num quarto de hora serem atendidos pelo menos 3 passageiros.

0.7759 ☐ 0.5768 ☐ 0.3528 ☐ 0.6472 ☐

b) Em certo dia, às 12:00 a fila contava 50 passageiros, qual a probabilidade de todos os passageiros terem sido atendidos até às 17:00?

4. Considere que o peso (em gramas) de cada embalagem de determinado produto alimentar pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição Normal de média 100 e variância 81 e que existe independência entre o peso das embalagens..

a) Determine a probabilidade de 2 embalagens pesarem entre 180 e 220 gramas ?

0.73 ☐ 0.884 ☐ 0.1 ☐ 0.09 ☐

b) Seleccionou-se uma amostra de 10 embalagens. Qual deverá ser a variância da população para que a média da amostra difira, em valor absoluto, da média da população por menos de 5 gramas com uma probabilidade de 95%.

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(10)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(15)	2b.(20)	3b.(20)	4b.(25)	P:

1. O fundo de pensões de uma empresa deliberou atribuir hoje uma pensão a um trabalhador e ao seu cônjuge durante 20 anos. Suponha que a probabilidade de um dos cônjuges viver mais de 20 anos desde a atribuição da pensão é de 0,8 e igual para ambos. Admite-se que existe independência entre os tempos de vida de cada um dos cônjuges.

a) A probabilidade de pelo menos um elemento do casal estar vivo daqui a 20 anos é:

0,94 ☐ 0,98 ☐ 0,97 ☐ 0,96 ☐

b) Em 300 casais, qual a probabilidade de menos de 20 não terem qualquer elemento vivo daqui a 20 anos?

2. A função de densidade conjunta da variável aleatória bidimensional (X, Y) é dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} kxy & 0 < x < 4, 2 < y < 4 \\ 0 & outros\ (x,y) \end{cases}$$

a) O valor da constante k é:

$1/12$ ☐ $1/24$ ☐ $1/96$ ☐ $1/48$ ☐

b) Determine a variância da variável aleatória X. [Nota: se não encontrou o valor de k na alínea anterior faça o cálculo da média mantendo o k]

.

3. O atendimento de passageiros ao balcão de *check-in* da TAP no aeroporto de Lisboa segue um processo de Poisson de taxa média igual a 10 por hora.

a) Determine a probabilidade de em meia hora serem atendidos pelo menos 4 passageiros.

0.8245 ☐ 0.5595 ☐ 0.7350 ☐ 0.8596 ☐

b) Em certo dia, às 12:00 registou-se uma fila com 50 passageiros, qual a probabilidade de todos os passageiros terem sido atendidos até às 17:00?

4. Considere que o peso (em gramas) de cada embalagem de determinado produto alimentar pode ser modelado por uma variável aleatória com distribuição Normal de média 100 e variância 81 e que existe independência entre o peso das embalagens.

.

a) Determine a probabilidade de 2 embalagens pesarem entre 180 e 230 gramas ?

0.93 ☐ 0.123 ☐ 0.819 ☐ 0.11 ☐

b) Seleccionou-se uma amostra de 10 embalagens. Qual deverá ser a variância da população para que a média da amostra difira, em valor absoluto, da média da população por menos de 5 gramas com uma probabilidade de 95%.