ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, EN** **11. 06. 14**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0, x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow E(X)=n\theta, Var(X)=n\theta(1-\theta)$;

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow E(x)=1/\lambda\,; Var(X)=1/\lambda^2\ \ (x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$;

$(n-1)S'^2=n\,S^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

1. Considere uma partição $\{A_1,A_2,A_3,A_4\}$ de Ω e sejam os acontecimentos $B,C\subset\Omega$ com probabilidade positiva.

	V	F
A realização de A_1 e A_2 implica a realização de A_3 e A_4		
A_1 é independente de A_2		
Se $C\subset B\Rightarrow\ P(B\cap C)=P(A_1)P(C\mid A_1)+P(C\mid A_2)P(A_2)+P(C\mid A_3)P(A_3)+P(C\mid A_4)P(A_4)$		
$P(A_2\mid A_4)>0$		

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F_X(x)$, função probabilidade $f(x)$ e $a\in\Re$

	V	F
$F_X(x)$ tem tantos pontos de descontinuidade quantos os elementos do conjunto D_X		
$F(a+0)=F(a)$		
A variável aleatória $Y=\varphi(X)$ pode ser contínua ou mista		
$f(x)$ pode assumir valores superiores a 1		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_y(y)$e $F_X(x)$funções distribuição marginais de Y e X .

	V	F
Seja ε_αo quantil de ordem α de uma v.a. X, então $P(X>\varepsilon_\alpha)=1-\alpha$		
Se X e Y não forem independentes então $E(X-2Y)=E(X)-2E(Y)-2Cov(X,Y)$		
Se existe $Var(X)$ e $Y=2-X$, então $Var(Y)=Var(X)$		
Se $F_{X,Y}(x,y)\neq F_X(x)*F_Y(y)$, as variáveis X e Y não são independentes		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X \leq \sigma) > 1/2$		
Sejam X a v.a. que representa o número de ocorrências por hora num processo de Poisson com taxa média λ, e Y a v.a. que representa o tempo, em horas, de espera pela 10ª ocorrência. Então $Y \sim G(10, \lambda)$		
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e considere-se uma experiência aleatória que tem como sucesso o acontecimento $A = \{X < \mu\}$. Considere uma sucessão de n experiências independentes. O número de sucessos nas n experiências tem variância igual a $n/4$		
Se $X \sim U(a, a+1)$ $a \in \mathbb{R}$ então o 1º quartil da distribuição de X é $\xi_{0.25} = 1/4$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n,)$ $n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos para a qual existe a variância.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

	V	F
A variância da média da amostra é igual à variância da população		
$2 + \|X_1 + X_n\|$ é uma estatística		
A distribuição da amostra $f_{(X_1, X_2, \cdots, X_n)}(x_1, x_2, \cdots, x_n) = [P(X \leq x)]^n$		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $X_{(1)}, X_{(n)}$ são variáveis aleatórias independentes		

6. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional discreta. Prove que $\sum_{x \in D_X} f_{X|Y=y}(x) = 1$ com $f_Y(y) > 0$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja, X uma variável aleatória discreta com função probabilidade $f_X(x)$ e a variável aleatória $Y = \Phi(X) = X + 1$.. Usando a **definição** de valor esperado de uma função de uma variável aleatória mostre que $E(Y) = E(X) + 1$. Justifique todos os passos. [**Atenção: não pode usar as propriedades do valor esperado**] [Cotação: 15]

ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, EN** **11. 06. 14**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$;

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots);X\sim B(n,\theta)\Rightarrow E(X)=n\theta,Var(X)=n\theta(1-\theta)$

$X\sim Ex(\lambda)E(x)=1/\lambda\,;Var(X)=1/\lambda^2$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$;

$(n-1)S'^2=n\,S^2$; $X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)$

$\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Considere uma partição $\{A_1,A_2,A_3,A_4\}$ de Ω e sejam os acontecimentos $B,C\subset\Omega$ com probabilidade positiva.

	V	F
Se A_2 se realiza também se realizam A_1 A_3 e A_4		
A_2 é independente de A_1, A_3 e A_4		
Se $B\subset C\Rightarrow$ $P(B\cap C)=P(B\|A_1)P(A_1)+P(B\|A_2)P(A_2)+$ $P(B\|A_3)P(A_3)+P(B\|A_4)P(A_4)$		
$P(A_1-A_3)=P(A_1)$		

2. Seja X uma variável aleatória contínua com função de distribuição $F_X(x)$, função densidade de probabilidade $f(x)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja a v.a. $Y=X-1$ com função distribuição $F_Y(y)$. Então $F_Y(y)=F_X(y)+1$		
$F(a+0)=F(a)$		
A variável aleatória $Y=\varphi(X)$ pode ser discreta		
$P(X=x)=0$ para todos os pontos $x\in\mathbb{R}$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O 1º decil da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $F_X(k)=0.9$		
Se X e Y forem independentes pode-se garantir que $Cov(X,Y)=0$		
$E(X-2Y)=E(X)-2E(Y)$ se e só se X e Y forem independentes		
Se $F_{X,Y}(x,y)=F_X(x)*F_Y(y)$ $\forall(x,y)\in\mathbb{R}$, as variáveis X e Y são independentes		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X > \sigma) > 1/2$		
Se X é a v.a. que representa o número de ocorrências por hora num processo de Poisson com taxa média λ, então o tempo médio, em horas, de espera pela 10ª ocorrência é igual a $10/\lambda$		
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e considere-se uma experiência aleatória que tem como sucesso o acontecimento $A = \{X > \mu\}$ **.** Considere uma sucessão de n experiências independentes. O número de insucessos nas n experiências tem distribuição $B(n, 1/2)$		
Se $X \sim U(0, 2a)$ $a \in \mathbb{R}$ então o 1º quartil da distribuição de X é $\xi_{0.25} = a/2$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos para a qual existe a variância.

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A variância da média da amostra tende para 0 quando a dimensão da amostra tende para infinito		
$\lvert X_1 + X_n \rvert$ é uma estatística		
A distribuição por amostragem da estatística $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é dada por $[f_X(x)]^n$		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $X_{(1)}, X_{(n)}$ não são variáveis aleatórias independentes		

6. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional discreta. Prove que $\sum_{x \in D_X} f_{X|Y=y}(x)d = 1$ com $f_Y(y) > 0$.

Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

7. Seja, X uma variável aleatória discreta com função probabilidade $f_X(x)$ e a variável aleatória $Y = \Phi(X) = X + 1$.. Usando a **definição** de valor esperado de uma função de uma variável aleatória mostre que $E(Y) = E(X) + 1$. Justifique todos os passos. [**Atenção: não pode usar as propriedades do valor esperado**] [Cotação: 15]

ISEG | ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, EN | 11. 06. 14

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A \cap B = \varnothing$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\mathrm{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY) = a^2\mathrm{Var}(X) + b^2\mathrm{Var}(Y) + 2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X\left[E(Y \mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X{}^{(r)}(0)$

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = \left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x\,!\,(\lambda > 0, x = 0,1,\cdots)$; $X \sim B(n,\theta) \Rightarrow E(X) = n\theta, Var(X) = n\theta(1-\theta)$

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow E(x) = 1/\lambda\,; Var(X) = 1/\lambda^2$; $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$; $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n} - \overline{X}^2$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

$X \sim \chi^2_{(n)}$ então $E(X) = n$; $\mathrm{Var}(X) = 2n$; $X \sim N(0;\ 1) \Rightarrow X^2 \sim \chi^2_{(1)}$; $X \sim G(n;\ \lambda) \Rightarrow 2\lambda X \sim \chi^2_{(2n)}$; $X \sim N(0;1)$ e $Y \sim \chi^2_{(n)}$ $\Rightarrow X\big/\sqrt{Y/n} \sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Considere uma partição $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ de Ω e sejam os acontecimentos $B, C \subset \Omega$ com probabilidade positiva.

	V	F
Se A_1 se realiza, não se realizam A_2, A_3 ou A_4		
A_2 , A_3 ou A_4 são independentes de A_1		
Se $C \subset B \Rightarrow$ $P(B \cap C) = P(A_1)P(C\|A_1) + P(C\|A_2)P(A_2) + P(C\|A_3)P(A_3) + P(C\|A_4)P(A_4)$		
$P(A_1\|A_2) = 0$		

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F_X(x)$, função probabilidade $f(x)$ e $D_X = \{x: P(X=x) > 0\}$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O domínio da função distribuição $F(x)$ é $[0;1]$		
$F_X(x)$ tem tantos pontos de descontinuidade quantos os elementos do conjunto D_X		
$F(a+0) \neq F(a)$		
A variável aleatória $Y = \varphi(X)$ só pode ser discreta		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_X(x)$, $F_Y(y)$ as respectivas funções distribuição marginais.

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja ε_α o quantil de ordem α de uma v.a. X, então $P(X > \varepsilon_\alpha) = 1 - \alpha$		
Se X e Y forem dependentes então $Var(X - 2Y) = Var(X) - 2Var(Y) - 2Cov(X,Y)$		
Se $Cov(X,Y) = 0$, X e Y são independentes		
Se X e Y não forem independentes, então $\exists(x,y) \in \mathbb{R}$: $F_{X,Y}(x,y) \neq F_X(x) * F_Y(y)$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X > \sigma) < 1/2$		
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e considere-se uma experiência aleatória que tem como sucesso o acontecimento $A = \{X > \mu\}$. Considere uma sucessão de n experiências independentes. O número de insucessos nas n experiências tem variância igual a $n/4$		
Se X é a v.a. que representa o número de ocorrências por hora num processo de Poisson com taxa média λ, então a variância do tempo de espera, em horas, pela 10ª ocorrência é igual a $10/\lambda^2$		
Se $X \sim U(a, a+4)$ $a \in \mathbb{R}$ então $\xi_{0.25} = 1 + a$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos para a qual existe a variância.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A variância da média da amostra é maior que a variância da população		
$(X_2, \cdots, X_{n-1})$ é uma estatística		
A distribuição da amostra $f_{(X_1, X_2, \cdots, X_n)}(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i(x_i)}$		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $X_{(1)}, X_{(n)}$ são variáveis aleatórias dependentes		

6. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional discreta. Prove que $\sum_{x \in D_X} f_{X|Y=y}(x) = 1$ com $f_Y(y) > 0$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja, X uma variável aleatória discreta com função probabilidade $f_X(x)$ e a variável aleatória $Y = \Phi(X) = X + 1$.. Usando a **definição** de valor esperado de uma função de uma variável aleatória mostre que $E(Y) = E(X) + 1$. Justifique todos os passos. [**Atenção: não pode usar as propriedades do valor esperado**] [Cotação: 15]

ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, EN** **11. 06. 14**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas erradas descontam 0,5. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\emptyset$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0, x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow E(X)=n\theta, Var(X)=n\theta(1-\theta)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow E(x)=1/\lambda\,; Var(X)=1/\lambda^2$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)$ *e* $Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

1. Considere uma partição $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ de Ω e sejam os acontecimentos $B, C\subset\Omega$ com probabilidade positiva.

	V	F
Se A_1 se realiza A_2 não se realiza		
A_1, A_2, A_3, A_4 são mutuamente independentes		
Se $B\subset C\Rightarrow P(B\cap C)=P(B\|A_1)P(A_1)+P(B\|A_2)P(A_2)+P(B\|A_3)P(A_3)+P(B\|A_4)P(A_4)$		
$P(A_2-A_4)<P(A_2)$		

2. Seja X uma variável aleatória mista com função de distribuição $F(x)$,

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
$F(a+0)\neq F(a)$		
O domínio da função distribuição $F(x)$ é $\mathbb{R}$		
Seja a variável aleatória $Y=\varphi(X)$. Então Y pode ser discreta ou mista		
Existem pontos $x\in\mathbb{R}$ tais que $P(X=x)=0$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_X(x)$e $F_Y(y)$ as respectivas funções distribuição marginais.

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O 7º decil da distribuição da v.a. X é o valor k tal que $F_X(k)=0.7$		
Se X e Y forem independentes então $Var(X-2Y)=Var(X)+4Var(Y)$		
Se X e Y forem dependentes pode-se garantir que $Cov(X,Y)\neq 0$		
Se $F_{X,Y}(x,y)=F_X(x)*F_Y(y)\ \ \forall(x,y)\in\mathbb{R}$ então X e Y são independentes		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja $X \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow P(X \leq \sigma) < 1/2$		
Se X é a v.a. que representa o número de ocorrências por hora num processo de Poisson com taxa média λ, então o tempomédio de espera, em horas, pela 10ª ocorrência é igual a 10λ		
Seja $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ e considere-se uma experiência aleatória que tem como sucesso o acontecimento $A = \{X > \mu\}$. Considere uma sucessão de n experiências independentes. O número de insucessos nas n experiências tem média $n/2$.		
Se $X \sim U(a+2, a+4)$ $a \in \mathbb{R}$ então $\mu_e = a + 1$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos para a qual existe a variância.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
A distribuição por amostragem da estatística $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ é dada por $[f_X(x)]^n$		
$\sum_{i=5}^{n-5} X_i$ é uma estatística		
A variância da média da amostra subavalia a variância da população		
Sejam $X_{(1)}, X_{(n)}$ respectivamente o mínimo e máximo da amostra. Então $X_{(1)}, X_{(n)}$ são variáveis aleatórias independentes		

6. Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional discreta. Prove que $\sum_{x \in D_X} f_{X|Y=y}(x) = 1$ com $f_Y(y) > 0$.

Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja, X uma variável aleatória discreta com função probabilidade $f_X(x)$ e a variável aleatória $Y = \Phi(X) = X + 1$.. Usando a **definição** de valor esperado de uma função de uma variável aleatória mostre que $E(Y) = E(X) + 1$. Justifique todos os passos. [**Atenção: não pode usar as propriedades do valor esperado**] [Cotação: 15]

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(15)	3a.(10)	3c.(15)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b. (10)	4. (20)	P:

1. É opinião dos eleitores portugueses que a probabilidade de o actual secretário geral do PS, A.J. Seguro, ser candidato a 1º Ministro é de 0.4 enquanto a mesma probabilidade é de 0.6 para o seu opositor António Costa. A coligação no Governo tem uma probabilidade de vencer as próximas eleições legislativas de 25% se for António Costa o candidato a 1º Ministro. A coligação no Governo tem 35% de hipóteses de ganhar essas eleições.

a) Selecionados ao acaso 10 eleitores, qual a probabilidade de existirem, no máximo, 2 que acham que vai ser A.J. Seguro o candidato a 1º ministro pelo PS?

0.0464 ☐ 0.1209 ☐ 0.1673 ☐ 0.0403 ☐

b) Qual a probabilidade de a coligação no Governo ganhar as eleições se for A.J. Seguro o candidato a 1º Ministro pelo PS?

2. Sejam $\boldsymbol{X}$ e $\boldsymbol{Y}$, variáveis aleatórias contínuas com função densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2 \quad 0 \leq y \leq x, \qquad 0 \leq x \leq 1$$

a) Determine a função distribuição marginal de $\boldsymbol{X}$.

b) Calcule a covariância entre X e Y. Interprete o resultado obtido. O que conclui em relação à independência entre as variáveis aleatórias? Justifique.

3. Admita que o número de notas *Fá* que o Zeca Afonso utiliza nas suas canções segue um processo de Poisson com ritmo médio de 10 por minuto.

a) Considere a canção *Tenho Barcos, Tenho Remos* cuja duração é de 2 minutos. Qual a probabilidade de serem ouvidas menos de 26 notas *Fá*?.

0.0446 ☐ 0.8878 ☐ 0.0343 ☐ 0.9221 ☐

b) Ainda no que toca à mesma melodia, qual a probabilidade de o primeiro *Fá* demorar mais de 15 segundos para ser ouvido?

0.0821 ☐ 0.0000 ☐ 0.9179 ☐ 1.0000 ☐

c) Considere agora o álbum *Cantares do Andarilho.* Qual a probabilidade de o tempo entre 5 notas *Fá* consecutivas (i.e. tempo para se ouvirem 4 notas Fá) ser superior a 1 minuto?

4. Considere uma amostra casual $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ de dimensão 100 de uma população uniformemente distribuída no intervalo (0,12). Qual a probabilidade aproximada da média amostral ser inferior a 6? Justifique cuidadosamente todos os passos.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-2ºSem. 2013-2014 **11. 06. 14**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(15)	3a.(10)	3c.(15)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b. (10)	4. (20)	P:

1. É opinião dos eleitores portugueses que a probabilidade de o actual secretário geral do PS, A.J. Seguro, ser candidato a 1º Ministro é de 0.4 enquanto a mesma probabilidade é de 0.6 para o seu opositor António Costa. A coligação no Governo tem uma probabilidade de vencer as próximas eleições legislativas de 25% se for António Costa o candidato a 1º Ministro. A coligação no Governo tem 35% de hipóteses de ganhar essas eleições.

a) Selecionados ao acaso 10 eleitores, qual a probabilidade de existirem, menos de 2 que acham que vai ser A.J. Seguro o candidato a 1º ministro pelo PS?

0.0464 ☐ 0.1209 ☐ 0.1673 ☐ 0.0403 ☐

b) Qual a probabilidade de a coligação no Governo ganhar as eleições se for A.J. Seguro o candidato a 1º Ministro pelo PS?

2. Sejam $\boldsymbol{X}$ e $\boldsymbol{Y}$, variáveis aleatórias contínuas com função densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2 \quad 0 \leq y \leq x, \qquad 0 \leq x \leq 1$$

a) Determine a função distribuição marginal de $\boldsymbol{X}$.

b) Calcule a covariância entre X e Y. Interprete o resultado obtido. O que conclui em relação à independência entre as variáveis aleatórias? Justifique.

3. Admita que o número de notas *Fá* que o Zeca Afonso utiliza nas suas canções segue um processo de Poisson com ritmo médio de 10 por minuto.

a) Considere a canção *Tenho Barcos, Tenho Remos* cuja duração é de 2 minutos. Qual a probabilidade de serem ouvidos menos de 20 notas *Fá*?.

0.4703 ☐ 0.5591 ☐ 0.0888 ☐ 0.0446 ☐

b) Ainda no que toca à mesma melodia, qual a probabilidade de o primeiro *Fá* demorar mais de 18 segundos para ser ouvido?

0.0000☐ 0.0498 ☐ 0.9502 ☐ 1.0000 ☐

c) Considere agora o álbum *Cantares do Andarilho.* Qual a probabilidade de o tempo entre 5 notas *Fá* consecutivas (i.e. tempo para se ouvirem 4 notas Fá) ser superior a 1 minuto?

4. Considere uma amostra casual $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ de dimensão 100 de uma população uniformemente distribuída no intervalo (0,12). Qual a probabilidade aproximada da média amostral ser inferior a 6? Justifique cuidadosamente todos os passos.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-2ºSem. 2013-2014 **11. 06. 14**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(15)	3a.(10)	3c.(15)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b. (10)	4. (20)	P:

1. É opinião dos eleitores portugueses que a probabilidade de o actual secretário geral do PS, A.J. Seguro, ser candidato a 1º Ministro é de 0.4 enquanto a mesma probabilidade é de 0.6 para o seu opositor António Costa. A coligação no Governo tem uma probabilidade de vencer as próximas eleições legislativas de 25% se for António Costa o candidato a 1º Ministro. A coligação no Governo tem 35% de hipóteses de ganhar essas eleições.

a) Selecionados ao acaso 10 eleitores, qual a probabilidade de existirem, no mínimo 2 que acham que vai ser A.J. Seguro o candidato a 1º ministro pelo PS?

0.8791 ☐ 0.9597 ☐ 0.9536 ☐ 0.8791 ☐

b) Qual a probabilidade de a coligação no Governo ganhar as eleições se for A.J. Seguro o candidato a 1º Ministro pelo PS?

2. Sejam $\boldsymbol{X}$ e $\boldsymbol{Y}$, variáveis aleatórias contínuas com função densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2 \quad 0 \leq y \leq x, \qquad 0 \leq x \leq 1$$

a) Determine a função distribuição marginal de $\boldsymbol{X}$.

b) Calcule a covariância entre X e Y. Interprete o resultado obtido. O que conclui em relação à independência entre as variáveis aleatórias? Justifique.

3. Admita que o número de notas *Fá* que o Zeca Afonso utiliza nas suas canções segue um processo de Poisson com ritmo médio de 10 por minuto.

a) Considere a canção *Tenho Barcos, Tenho Remos* cuja duração é de 2 minutos. Qual a probabilidade de serem ouvidos menos de 30 notas *Fá*?. Fiquei aqui.

0.9865 ☐ 0.0125 ☐ 0.0083 ☐ 0.9782 ☐

b) Ainda no que toca à mesma melodia, qual a probabilidade de o primeiro *Fá* demorar mais de 24 segundos para ser ouvido?

0.9817 ☐ 0.0183 ☐ 0.0000 ☐ 1.0000 ☐

c) Considere agora o álbum *Cantares do Andarilho.* Qual a probabilidade de o tempo entre 5 notas *Fá* consecutivas (i.e. tempo para se ouvirem 4 notas Fá) ser superior a 1 minuto?

4. Considere uma amostra casual $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ de dimensão 100 de uma população uniformemente distribuída no intervalo (0,12). Qual a probabilidade aproximada da média amostral ser inferior a 6? Justifique cuidadosamente todos os passos.

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-2ºSem. 2013-2014 **11. 06. 14**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(10)	2a.(15)	3a.(10)	3c.(15)	T:
1b.(20)	2b.(20)	3b. (10)	4. (20)	P:

1. É opinião dos eleitores portugueses que a probabilidade de o actual secretário geral do PS, A.J. Seguro, ser candidato a 1º Ministro é de 0.4 enquanto a mesma probabilidade é de 0.6 para o seu opositor António Costa. A coligação no Governo tem uma probabilidade de vencer as próximas eleições legislativas de 25% se for António Costa o candidato a 1º Ministro. A coligação no Governo tem 35% de hipóteses de ganhar essas eleições.

a) Selecionados ao acaso 10 eleitores, qual a probabilidade de existirem, mais de 2 que acham que vai ser A.J. Seguro o candidato a 1º ministro pelo PS?

0.8791 ☐ 0.8327 ☐ 0.9597 ☐ 0.9536 ☐

b) Qual a probabilidade de a coligação no Governo ganhar as eleições se for A.J. Seguro o candidato a 1º Ministro pelo PS?

2. Sejam $\boldsymbol{X}$ e $\boldsymbol{Y}$, variáveis aleatórias contínuas com função densidade de probabilidade conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 2 \quad 0 \leq y \leq x, \qquad 0 \leq x \leq 1$$

a) Determine a função distribuição marginal de $\boldsymbol{X}$.

b) Calcule a covariância entre X e Y. Interprete o resultado obtido. O que conclui em relação à independência entre as variáveis aleatórias? Justifique.

3. Admita que o número de notas *Fá* que o Zeca Afonso utiliza nas suas canções segue um processo de Poisson com ritmo médio de 10 por minuto.

a) Considere a canção *Tenho Barcos, Tenho Remos* cuja duração é de 2 minutos. Qual a probabilidade de serem ouvidos menos de 15 notas *Fá*?

0.1049 ☐ 0.0387 ☐ 0.0516 ☐ 0.1565 ☐

b) Ainda no que toca à mesma melodia, qual a probabilidade de o primeiro *Fá* demorar mais de 12 segundos para ser ouvido?

0.8647 ☐ 1.0000 ☐ 0.0000 ☐ 0.1353 ☐

c) Considere agora o álbum *Cantares do Andarilho.* Qual a probabilidade de o tempo entre 5 notas *Fá* consecutivas (i.e. tempo para se ouvirem 4 notas Fá) ser superior a 1 minuto?

4. Considere uma amostra casual $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ de dimensão 100 de uma população uniformemente distribuída no intervalo (0,12). Qual a probabilidade aproximada da média amostral ser inferior a 6? Justifique cuidadosamente todos os passos.