ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, ER** **25. 06. 14**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\operatorname{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\operatorname{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\operatorname{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\operatorname{Var}(aX+bY)=a^2\operatorname{Var}(X)+b^2\operatorname{Var}(Y)+2ab\operatorname{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x\,!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow E(X)=n$; $\operatorname{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

1. Sejam os acontecimentos $B,C,D\subset\Omega$ com probabilidade positiva.

	V	F
Se $B\subset C$, então $P(B\vert C)<P(B)$		
Se B e C são acontecimentos independentes de um espaço de resultados Ω tais que $B\cup C=\Omega,$ então constituem uma partição desse espaço de resultados.		
Se $B\subset D$ e C e D incompatíveis, então $P[(B\cup C)\vert D]=P(B)/P(D)$		
Se B,C constituírem uma partição de Ω, então $P(B\vert D)=P(D\vert B)*P(B)/[P(D\vert B)*P(B)+P(D\vert C)*P(C)]$		

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$ e $a\in\Re$

	V	F
O conjunto $D_X=\{x\colon P(X=x)>0\}$ é sempre finito.		
Se $a\in D_X$ então $F_X(a)>F_X(a-0)$		
Seja a variável aleatória $Y=\varphi(X)=a+bX,$ então $P(Y\leq y)=F_X((y-a)/b)\ \ y\in D_Y$		
$E(X)$ pode assumir valores não pertencentes a D_X		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_y(y)$função distribuição marginal de Y.

	V	F
Seja ε_α o Quantil de ordem α de uma v.a. X, então $P(X>\varepsilon_\alpha)=1-\alpha$		
Se X e Y forem independentes então $E(X.Y)=E(X).E(Y)$		
Se existe $Var(X)$ e $Y=\mu_X-X$, então $Var(Y)=Var(X)$		
Se X e Y forem independentes então $E(X\vert Y=y_i)=E(X\vert Y=y_j)$ $(\forall\, i,j\in\mathbb{R},\ i\neq j)$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim N(0,\sigma^2)$ e $P(X \leq -x) > 0{,}1$, então $P(-x \leq X \leq x) < 0{,}8$		
Se X é a v.a. que representa o número de ocorrências no intervalo de tempo Δt num processo de Poisson com taxa média λ, então Y – tempo de espera pela 10ª ocorrência$\sim G(10, \Delta t\ /\lambda)$		
Sejam $X_i \sim B(1,\theta)$ independentes $(i = 1, 2, \cdots, n)$, então $\sum_{i=1}^{n} X_i \dot{\sim} N\big(n\theta; n\theta(1-\theta)\big)$ se $n \geq 30, 0.1 < \theta < 0.9$		
Seja $X \sim U(a, a+1)$ então a $P\left(X \leq a + \frac{1}{2}\right) = 0.5$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n,)$ $n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

	V	F
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras de dimensão n de uma população X. Então $P(\bar{X}_1 > x) = P(\bar{X}_2 > x)$.		
Os momentos de uma população X são variáveis aleatórias.		
$\lim_{n\to\infty} Var(\bar{X}) = 0$		
Se X é uma população com distribuição de Poisson de média **λ** e $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$. A distribuição por amostragem de $T \sim Po(n\lambda)$		

6. Utilizando os axiomas e propriedades da medida de probabilidade demonstre que

$P[(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})] = P(A)$. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja X uma variável aleatória. Prove que $\mathrm{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2$, onde $\mu = E(X)$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

ISEG **ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, ER** **25. 06. 14**

1ª Parte - Teórica – 40 minutos

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$;

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots);X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=n\,S^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\Big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Sejam os acontecimentos $B,C,D\subset\Omega$ com probabilidade positiva.

	V	F
Se $B\subset C$, então $P(B\vert C)=1$		
Se B e C são acontecimentos incompatíveis de um espaço de resultados Ω, então constituem uma partição desse espaço de resultados.		
Se $D\subset B$ e B e C incompatíveis, então $P[(D\cup C)\vert B]=P(D)/P(B)$		
Se C e D constituírem uma partição de Ω, então $P(D\vert B)=P(B\vert D)*P(D)/[P(B\vert D)*P(D)+P(B\vert C)*P(C)]$		

2. Seja X uma variável aleatória contínua com função de distribuição $F(x)$, função densidade de probabilidade $f(x)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O conjunto $D_X=\{x:P(X=x)>0\}$ é vazio.		
Para $\forall a\in\mathbb{R}$ tem-se $F_X(a)=F_X(a-0)$		
Seja a variável aleatória $Y=\varphi(X)=a+bX,$ então $P(Y\leq y)=F_X((y-a)/b)\ \ y\in\mathbb{R}$		
$Var(X)$ é sempre positiva $\forall\, x\in\mathbb{R}$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional discreta com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
$P(a<X<b)=F_X(b)-F_X(a)$		
Se $E(X.Y)=E(X).E(Y)$, então X e Y são independentes		
Se existe $Var(X)$ e $Y=X-\mu_X$, então $E(Y^2)=Var(X)$		
Se X e Y forem independentes então $E(X\vert Y=y_i)=E\big(X\vert Y=y_j\big)$ $(\forall\, i,j\in D_Y,\ i\neq j)$		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim N(0, \sigma^2)$ e $P(-x \leq X \leq x) > 0{,}8$, então $P(X \leq -x) < 0{,}1$		
Se X é a v.a. que representa o número de ocorrências no intervalo de tempo Δt num processo de Poisson com taxa média λ, e Y – tempo de espera pela 10ª ocorrência, então $E(Y) = 10\Delta t/\lambda$		
Sejam $X_i \sim B(1, \theta)$ independentes $(i = 1, 2, \cdots, n)$, então $\sum_{i=1}^{n} X_i \dot{\sim} Po(n\theta)$ se $n \geq 30, \theta < 0.1$		
Seja $X \sim U(a, a+1)$ então a $P\left(X \leq a + \frac{1}{2}\right) > 0.5$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras de dimensão n de uma população X. Então $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = 0$.		
Os parâmetros de uma amostra são estatísticas e como tal variáveis aleatórias.		
Se X é uma população com distribuição de Bernoulli com probabilidade de sucesso igual a θ e $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$. A distribuição por amostragem de $T \sim B(n, \theta)$		
O valor esperado da média da amostra diminui com o aumento da dimensão da amostra.		

6. Utilizando os axiomas e propriedades da medida de probabilidade demonstre que $P[(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})] = P(A)$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

7. Seja X uma variável aleatória. Prove que $\mathrm{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2$, onde $\mu = E(X)$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A)\geq 0$ P2. $P(\Omega)=1$ P3. Se $A\cap B=\varnothing$ então $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$\mathrm{Var}(X)=E(X-\mu)^2=E(X^2)-\mu^2$; $\mathrm{Cov}(X,Y)=E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\}=E(XY)-E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y}=\dfrac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\sigma_X\sigma_Y}$

$\mathrm{E}(aX+bY)=aE(X)+bE(Y)$; $\mathrm{Var}(aX+bY)=a^2\mathrm{Var}(X)+b^2\mathrm{Var}(Y)+2ab\,\mathrm{Cov}(X,Y)$; $E(Y)=E_X\left[E(Y\mid X)\right]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s)=E(e^{sX})$; $E(X^r)=M_X{}^{(r)}(0)$

$X\sim Po(\lambda)\Rightarrow f(x)=\left(e^{-\lambda}\lambda^x\right)/x!\,(\lambda>0,x=0,1,\cdots)$; $X\sim B(n,\theta)\Rightarrow f(x)=\binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n>1,x=0,1,\cdots,n)$

$X\sim Ex(\lambda)\Rightarrow F(x)=1-e^{-\lambda x}\ (x<0)$; $\overline{X}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2=\dfrac{\sum_{i=1}^n(X_i-\overline{X})^2}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n}-\overline{X}^2$; $(n-1)S'^2=nS^2$

$X\sim\chi^2_{(n)}$ então $E(X)=n$; $\mathrm{Var}(X)=2n$; $X\sim N(0;\ 1)\Rightarrow X^2\sim\chi^2_{(1)}$; $X\sim G(n;\ \lambda)\Rightarrow 2\lambda X\ \sim\chi^2_{(2n)}$;

$X\sim N(0;1)\ e\ Y\sim\chi^2_{(n)}\Rightarrow X\big/\sqrt{Y/n}\sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*

1. Sejam os acontecimentos $A,B,C,\subset\Omega$ com probabilidade positiva.

	V	F
Se $B\subset C$, então $P(C-B)\leq P(C)$		
Se B e C são acontecimentos dependentes de um espaço de resultados Ω então constituem uma partição desse espaço de resultados.		
Se $A\subset C$ e B e C incompatíveis, então $P[(B\cup C)\mid D]=P(B)/P(D)$		
Se A e B constituírem uma partição de Ω, então $P(A\mid C)=P(C\mid A)*P(A)/[P(C\mid A)*P(A)+P(C\mid B)*P(B)]$		

2. Seja X uma variável aleatória discreta com função de distribuição $F(x)$, função probabilidade $f(x)$. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
O conjunto $D_X=\{x:P(X=x)>0\}$ pode ser uma infinidade numerável.		
Se $a\in D_X$ então $F_X(a)=F_X(a-0)$		
$E(X)$ só pode assumir valores pertencentes a D_X		
Seja a variável aleatória $Y=\varphi(X)=bX,$ então $P(Y\leq y)=F_X(y/b)\ \ y\in D_Y$		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional contínua com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_X(x)$função distribuição marginal de X.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Seja ε_α o Quantil de ordem α de uma v.a. X, então $P(X>\varepsilon_\alpha)=1-\alpha$		
Se $E(X.Y)=E(X).E(Y),$ então nada se pode concluir sobre a independência entre X e Y.		
Se existe $Var(X)$ e $Y=\mu_X-X$, então $Var(Y)=-Var(X)$		
Se $E(X\mid Y=y_i)\neq E\left(X\mid Y=y_j\right)$ $(\forall\ i,j\in\mathbb{R},\ i\neq j)$ X e Y são variáveis aleatórias dependentes.		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim N(0,\sigma^2)$ e $P(X \geq x) > 0{,}1$, então $P(-x \leq X \leq x) < 0{,}8$		
Sejam $X_i \sim B(n_i, \theta)$ independentes $(i = 1, 2, \cdots, m)$, então $\sum_{i=1}^{m} X_i \sim B(\sum_{i=1}^{m} n_i, m\,\theta)$		
Se X é a v.a. que representa o número de ocorrências no intervalo de tempo Δt num processo de Poisson com taxa média λ, então Y – tempo de espera pela 10ª ocorrência$\sim G(10, \lambda/\Delta t)$		
Seja $X \sim U(-a, a)$ então a $P(X \leq 0) = 0.5$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras independentes de dimensão n de uma população X. Então $Var(\bar{X}_1 + \bar{X}_2) = 2Var(X)/n$		
Os momentos de uma população X são constantes.		
$\lim_{n\to\infty} Var(\bar{X}) = \sigma_X^2$		
Se X é uma população com distribuição exponencial de parâmetro λ, e $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$. A distribuição por amostragem de $T \sim G(n, \lambda)$		

6. Utilizando os axiomas e propriedades da medida de probabilidade demonstre que $P[(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})] = P(A)$.. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja X uma variável aleatória. Prove que $\mathrm{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2$, onde $\mu = E(X)$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

Cotação da 1º Parte: 8 Valores. As respostas erradas descontam 0,5. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome:____**Número:**_________

Formulário

Axiomática: P1. $P(A) \ge 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2$; $\text{Cov}(X,Y) = E\{(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$; $\rho_{X,Y} = \dfrac{\text{Cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

$\text{E}(aX+bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\text{Var}(aX+bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) + 2ab\,\text{Cov}(X,Y)$; $E(Y) = E_X[E(Y \mid X)]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X{}^{(r)}(0)$

$X \sim Po(\lambda) \Rightarrow f(x) = (e^{-\lambda}\lambda^x)/x!\,(\lambda > 0, x = 0,1,\cdots)$; $X \sim B(n,\theta) \Rightarrow f(x) = \binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}(n > 1, x = 0,1,\cdots,n)$

$X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $(x < 0)$; $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$; $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \overline{X}^2$; $(n-1)S'^2 = n\,S^2$

$X \sim \chi^2_{(n)}$ então $E(X) = n$; $\text{Var}(X) = 2n$; $X \sim N(0;\ 1) \Rightarrow X^2 \sim \chi^2_{(1)}$; $X \sim G(n;\ \lambda) \Rightarrow 2\lambda X \sim \chi^2_{(2n)}$;

$X \sim N(0;1)\ e\ Y \sim \chi^2_{(n)} \Rightarrow X \Big/ \sqrt{Y/n} \sim t_{(n)}$

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

1. Sejam os acontecimentos $A, B, C \subset \Omega$ com probabilidade positiva..

	V	F
Se $B \subset C$, então $P(B - C) = 0$		
Se B e C são acontecimentos independentes de um espaço de resultados Ω não podem constituir uma partição desse espaço de resultados.		
Se $B \subset A$ e A e C incompatíveis, então $P[(B \cup C)\|A] = P(B)/P(A)$		
Se B e C constituírem uma partição de Ω, então $P(C\|A) = P(A\|C) * P(C)/[P(A\|C) * P(C) + P(A\|B) * P(B)]$		

2. Seja X uma variável aleatória mista com função de distribuição $F(x)$,

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $a \in D_X = \{x: P(X = x) > 0\}$ então $F_X(a) > F_X(a - 0)$		
O conjunto $\sum_{x \in D_X} P(X = x) < 1$.		
Seja a variável aleatória $Y = \varphi(X) = a + X$, então $P(Y \le y) = F_X(y - a)$ $y \in \mathbb{R}$		
$E(X)$ pode assumir valores não pertencentes a D_X		

3. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional discreta com função distribuição conjunta $F_{X,Y}(x,y)$ e $F_X(x)$função distribuição marginal de X.

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
$P(a \le X \le b) = F_X(b) - F_X(a)$		
Se $E(X.Y) \ne E(X).E(Y)$, então X e Y são dependentes.		
Se existe $Var(Y)$ e $X = Y - \mu_y$, então $E(X^2) = Var(Y)$		
Se $E(X\|Y = y_i) \ne E(X\|Y = y_j)$ $(alguns\ y_i, y_j \in D_Y,\ i \ne j)$, então X e Y são dependentes		

vsff →

4. Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Se $X \sim N(0, \sigma^2)$ e $P(-x \leq X \leq x) > 0{,}8$, então $P(X \geq x) < 0{,}1$		
Se X é a v.a. que representa o número de ocorrências no intervalo de tempo Δt num processo de Poisson com taxa média λ, e Y – tempo de espera pela 10ª ocorrência, então $E(Y) = \lambda/10\Delta t$		
Sejam $X_i \sim B(1, \theta)$ independentes $(i = 1, 2, \cdots, n)$, então $\sum_{i=1}^{n} X_i \dot{\sim} N(n\theta; n\theta(1-\theta))$ qualquer que sejam os valores de n e θ.		
Seja $X \sim U(a, a+1)$ então a $P\left(X \leq a + \frac{1}{2}\right) < 0.5$		

5. Seja $(X_1, X_2, \cdots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma População X de parâmetros desconhecidos.
Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*:

	V	F
Sejam $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ médias de duas amostras independentes de dimensão n de uma população X. Então $Var[(\bar{X}_1 + \bar{X}_2)/2\,] = Var(X)/2n$		
A média e variância de uma amostra não são variáveis aleatórias.		
A variância da média da amostra diminui com o aumento da dimensão da amostra.		
Se $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ e $T(X_1, X_2, \cdots, X_n) = \sum_{i=1}^{n} X_i$. A distribuição por amostragem de $T \sim N(n\mu_X, n\sigma_X^2)$		

6. Utilizando os axiomas e propriedades da medida de probabilidade demonstre que $P[(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})] = P(A)$.. Justifique todos os passos.[Cotação: 15]

7. Seja X uma variável aleatória. Prove que $\mathrm{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2$, onde $\mu = E(X)$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-2ºSem. 2013-2014 **25. 06. 14**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos V1

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(15)	2a.(20)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b. (15)	4b.(20)	P:

Nota: As questões de Verdadeiro e Falso descontam – 2,5 se erradas.

1. Sabe-se que a probabilidade de Portugal continuar a pertencer à zona Euro é de 0,8. Por seu turno, a probabilidade de a austeridade se manter é de 0,6. A probabilidade de uma ou outra acontecerem é de 0,65.

a) Sabendo que Portugal continua a pertencer à zona Euro qual a probabilidade de a austeridade se manter?

b) Suponha que a proporção de cidadãos portugueses que acham que Portugal deve continuar a pertencer à zona Euro é de 0,8. Inquiridos 20 cidadãos qual a probabilidade de seis ou mais terem opinião contrária?

0.0867 ☐ 0.1958 ☐ 0.8909 ☐ 0.8254 ☐

2. Considere a seguinte função de probabilidade conjunta

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{9}(x+y) \text{ onde } x = 0{,}1 \text{ e } y = 0{,}1{,}2.$$

a) Determine $E(Y|X)$. O que pode concluir sobre a independência entre as variáveis X e Y com base nos resultados obtidos?

b) Considere a variável aleatória $W = 2X + Y$. Determine a função probabilidade da variável aleatória W.

3. O Alfredo é um fumador inveterado. O número de charutos diários (**16h**) fumados pelo Alfredo pode ser bem modelado por um processo de Poisson de média 8.

a) Qual a probabilidade de o Alfredo fumar, menos de 15 charutos em dois dias?

0.3675 ☐ 0.0992 ☐ 0.0930 ☐ 0.4667 ☐

b) Admita que o Alfredo terminou de fumar o seu primeiro charuto do dia às 10h em ponto. Qual a probabilidade de o Alfredo estar sem fumar charutos até às 12h?

4. Os quadrados dos erros percentuais das previsões elaboradas por um certo economista do FMI podem ser bem modelados por uma distribuição Normal de média 5 e variância 1.

a) Sabendo que o erro foi superior a 3, qual a probabilidade de ser inferior a 5?

0.4772 ☐ 0.5000 ☐ 0.4884 ☐ 0.9772 ☐

b) Os erros ortográficos nos relatórios produzidos pelo mesmo economista ocorrem de acordo com um processo de Poisson de média 1 por página. Este ano, o economista produziu 2 relatórios. O primeiro relatório tinha 100 páginas e o segundo 200. Seleccionaram-se duas amostras: uma de 30 páginas do 1º relatório e uma de 60 páginas do 2º relatório. Qual o valor máximo para a diferença entre as médias de erros ortográficos encontrados nas duas amostras com uma probabilidade de 95%?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-2ºSem. 2013-2014 **25. 06. 14**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos V2

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(15)	2a.(20)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b. (15)	4b.(20)	P:

Nota: As questões de Verdadeiro e Falso descontam – 2,5 se erradas.

1. Sabe-se que a probabilidade de Portugal continuar a pertencer à zona Euro é de 0,8. Por seu turno, a probabilidade de a austeridade se manter é de 0,6. A probabilidade de uma ou outra acontecerem é de 0,65.

a) Sabendo que Portugal continua a pertencer à zona Euro qual a probabilidade de a austeridade se manter?

b) Suponha que a proporção de cidadãos portugueses que acham que Portugal deve continuar a pertencer à zona Euro é de 0,8. Inquiridos 20 cidadãos qual a probabilidade de menos de 6 terem opinião contrária?

0.1091 ☐ 0.9133 ☐ 0.8042 ☐ 0.1746 ☐

2. Considere a seguinte função de probabilidade conjunta

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{9}(x+y) \text{ onde } x = 0{,}1 \text{ e } y = 0{,}1{,}2.$$

a) Determine $E(Y|X=x)$. O que pode concluir sobre a independência entre as variáveis X e Y com base nos resultados obtidos?

b) Considere a variável aleatória $W = 2X + Y$. Determine a função probabilidade da variável aleatória W.

3. O Alfredo é um fumador inveterado. O número de charutos diários (**em 16h**) fumados pelo Alfredo pode ser bem modelado por um processo de Poisson de média 8.

a) Qual a probabilidade de o Alfredo fumar, menos de 10 charutos em dois dias?

0.0213 ☐ 0.0774 ☐ 0.0433 ☐ 0.0341 ☐

b) Admita que o Alfredo terminou de fumar o seu primeiro charuto do dia às 10h em ponto. Qual a probabilidade de o Alfredo estar sem fumar charutos até às 12h?

4. Os quadrados dos erros percentuais das previsões elaboradas por um certo economista do FMI podem ser bem modelados por uma distribuição Normal de média 5 e variância 1.

a) Sabendo que o erro foi inferior a 5, qual a probabilidade de ser superior a 3?

0.4772 ☐ 0.5000 ☐ 0.4884 ☐ 0.9545 ☐

b) Os erros ortográficos nos relatórios produzidos pelo mesmo economista ocorrem de acordo com um processo de Poisson de média 1 por página. Este ano, o economista produziu 2 relatórios. O primeiro relatório tinha 100 páginas e o segundo 200. Seleccionaram-se duas amostras: uma de 30 páginas do 1º relatório e uma de 60 páginas do 2º relatório. Qual o valor máximo para a diferença entre as médias de erros ortográficos encontrados nas duas amostras com uma probabilidade de 95%?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-2ºSem. 2013-2014 — 25. 06. 14

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos V3

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(15)	2a.(20)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b. (15)	4b.(20)	P:

Nota: As questões de Verdadeiro e Falso descontam – 2,5 se erradas.

1. Sabe-se que a probabilidade de Portugal continuar a pertencer à zona Euro é de 0,8. Por seu turno, a probabilidade de a austeridade se manter é de 0,6. A probabilidade de uma ou outra acontecerem é de 0,65.

a) Sabendo que Portugal continua a pertencer à zona Euro qual a probabilidade de a austeridade se manter?

b) Suponha que a proporção de cidadãos portugueses que acham que Portugal deve continuar a pertencer à zona Euro é de 0,8. Inquiridos 20 cidadãos qual a probabilidade de no mínimo seis terem opinião contrária?

0.0867 ☐ 0.1958 ☐ 0.8909 ☐ 0.8254 ☐

2. Considere a seguinte função de probabilidade conjunta

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{9}(x+y) \text{ onde } x = 0{,}1 \text{ e } y = 0{,}1{,}2.$$

a) Determine $E(Y|X=x)$. O que pode concluir sobre a independência entre as variáveis X e Y com base nos resultados obtidos?

b) Considere a variável aleatória $W = 2X + Y$. Determine a função probabilidade da variável aleatória W.

3. O Alfredo é um fumador inveterado. O número de charutos diários (**em 16h**) fumados pelo Alfredo pode ser bem modelado por um processo de Poisson de média 8.

a) Qual a probabilidade de o Alfredo fumar, menos de 12 charutos em dois dias?

0.1270 ☐ 0.1931 ☐ 0.0496 ☐ 0.0661 ☐

b) Admita que o Alfredo terminou de fumar o seu primeiro charuto do dia às 10h em ponto. Qual a probabilidade de o Alfredo estar sem fumar charutos até às 12h?

4. Os quadrados dos erros percentuais das previsões elaboradas por um certo economista do FMI podem ser bem modelados por uma distribuição Normal de média 5 e variância 1.

a) Sabendo que o erro foi inferior a 5, qual a probabilidade de ser superior a 2?

0.4987 ☐ 0.5000 ☐ 0.9973 ☐ 0.4993 ☐

b) Os erros ortográficos nos relatórios produzidos pelo mesmo economista ocorrem de acordo com um processo de Poisson de média 1 por página. Este ano, o economista produziu 2 relatórios. O primeiro relatório tinha 100 páginas e o segundo 200. Seleccionaram-se duas amostras: uma de 30 páginas do 1º relatório e uma de 60 páginas do 2º relatório. Qual o valor máximo para a diferença entre as médias de erros ortográficos encontrados nas duas amostras com uma probabilidade de 95%?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças-2ºSem. 2013-2014 **25. 06. 14**

Exame Época Normal

2ª Parte – Prática – 80 minutos **V4**

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(15)	2a.(20)	3a.(10)	4a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b. (15)	4b.(20)	P:

Nota: As questões de Verdadeiro e Falso descontam – 2,5 se erradas.

1. Sabe-se que a probabilidade de Portugal continuar a pertencer à zona Euro é de 0,8. Por seu turno, a probabilidade de a austeridade se manter é de 0,6. A probabilidade de uma ou outra acontecerem é de 0,65.

a) Sabendo que Portugal continua a pertencer à zona Euro qual a probabilidade de a austeridade se manter?

b) Suponha que a proporção de cidadãos portugueses que acham que Portugal deve continuar a pertencer à zona Euro é de 0,8. Inquiridos 20 cidadãos eleitores qual a probabilidade de menos de oito terem opinião contrária?

0.9679 ☐ 0.0222 ☐ 0.9900 ☐ 0.0545 ☐

2. Considere a seguinte função de probabilidade conjunta

$$f_{XY}(x,y) = \frac{1}{9}(x+y) \text{ onde } x = 0,1 \text{ e } y = 0,1,2.$$

a) Determine $E(Y|X=x)$. O que pode concluir sobre a independência entre as variáveis X e Y com base nos resultados obtidos?

b) Considere a variável aleatória $W = 2X + Y$. Determine a função probabilidade da variável aleatória W.

3. O Alfredo é um fumador inveterado. O número de charutos diários (**16h**) fumados pelo Alfredo pode ser bem modelado por um processo de Poisson de média 8.

a) Qual a probabilidade de o Alfredo fumar, menos de 13 charutos em dois dias?

0.2745 ☐ 0.1931 ☐ 0.0661 ☐ 0.0814 ☐

b) Admita que o Alfredo terminou de fumar o seu primeiro charuto do dia às 10h em ponto. Qual a probabilidade de o Alfredo estar sem fumar charutos até às 12h?

4. Os quadrados dos erros percentuais das previsões elaboradas por um certo economista do FMI podem ser bem modelados por uma distribuição Normal de média 5 e variância 1.

a) Sabendo que o erro foi superior a 2, qual a probabilidade de ser inferior a 5?

0.5000 ☐ 0.4993 ☐ 0.9987 ☐ 0.9973 ☐

b) Os erros ortográficos nos relatórios produzidos pelo mesmo economista ocorrem de acordo com um processo de Poisson de média 1 por página. Este ano, o economista produziu 2 relatórios. O primeiro relatório tinha 100 páginas e o segundo 200. Seleccionaram-se duas amostras: uma de 30 páginas do 1º relatório e uma de 60 páginas do 2º relatório. Qual o valor máximo para a diferença entre as médias de erros ortográficos encontrados nas duas amostras com uma probabilidade de 95%?