

Cotação da 1º Parte: 3,5 Valores. As respostas são efectuadas no espaço disponível a seguir. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

Nome: _____ Número: _____

Formulário. Axiomática: P1. $P(A) \geq 0$ P2. $P(\Omega) = 1$ P3. Se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$\text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - \mu^2$; $\text{Cov}(X, Y) = E\{(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\} = E(XY) - E(X)E(Y)$;

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$; $\text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y)$; $E(Y) = E_X[E(Y | X)]$;

Função geradora de momentos: $M_X(s) = E(e^{sX})$; $E(X^r) = M_X^{(r)}(0)$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}; \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2; \quad S'^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}; \quad (n-1)S'^2 = n S^2$$

$X \sim \chi_{(n)}^2$ então $E(X) = n$; $\text{Var}(X) = 2n$; $M_X(s) = (1-2s)^{-n/2}, s < \frac{1}{2}$; $\gamma_1 = \sqrt{8/n}$; $\gamma_2 = 3 + 12/n$

[Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale -2,5. A classificação desta questão variará entre um mínimo de zero e um máximo de 10]

Indique as respostas verdadeiras (V) ou falsas (F), assinalando com X na quadrícula respectiva

1. Seja X uma variável aleatórias com média e variância, respectivamente μ_X, σ_X^2 e função distribuição $F_X(x)$.

	V	F
$(X - \mu_X) / \sigma_X$ tem distribuição Normal(0;1).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X tem distribuição Normal então $(X - \mu_X) / \sigma_X \sim \chi_{(1)}^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se o coeficiente de assimetria de X for nulo então X tem distribuição Normal.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se X tem distribuição Binomial($n;p$) então segundo o teorema do limite central $(X - np) / \sqrt{np(1-p)}$ tem distribuição aproximada Normal(0;1).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n), n > 2$, uma amostra casual simples retirada de uma população X com média μ e variância σ^2 . Considere ainda a média e variância amostrais, respectivamente \bar{X} e S^2 :

	V	F
As variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n são i.i.d.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\text{Var}(\bar{X}) = \sigma^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A média da amostra coincide em média com a média do universo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E(S^2) = \sigma^2$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Atenção: Das seguintes 2 questões **responda apenas a 1** (Resposta a 2 questões anula as 2) [Cotação: 15].

3. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual de um universo X com função de distribuição $F_X(x)$. Seja ainda $T = \max\{X_i\}$. Deduza a função de distribuição de T em função de F_X . [Cotação: 15]

4. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual extraída de um universo X de Bernoulli e seja \bar{X} a proporção amostral. Deduza a $Var[\bar{X}]$. Justifique todos os passos. [Cotação: 15]



Nome: _____ Número: _____

Espaço reservado para classificações

1.a) (10)

2 a) (10)

T:

1.b) (20)

2 b) (25)

P:

Nota: Resposta errada nas perguntas de resposta múltipla **desconta 2,5**

1. Uma certa loja abre diariamente para atendimento ao público entre as 10 e as 18 horas. O número de clientes atendidos por hora, segue um processo de Poisson com taxa média igual a quatro.

a) Qual a probabilidade de serem atendidos até 6 clientes nas 1ªs três horas.

0.0458

0.0255

0.0203

0.0127

b) Determine a probabilidade de um cliente que está em 6º lugar na fila ter de esperar mais de 1 hora para começar a ser atendido?

2. Durante o período de férias o montante diário (em euros) gasto pelas famílias de uma região é uma variável aleatória que pode ser representada por uma distribuição normal, de média 80 e variância 100.

a) Qual o montante diário máximo que uma família gasta com uma probabilidade de 97.5%?

99,60

60,40

96,45

63,55

b) Seleccionada uma amostra de 64 famílias dessa região determine a probabilidade de o desvio entre a média da amostra e da população ser, em valor absoluto, inferior a 2,5 euros.