Instituto Superior de Economia e Gestão - UL

Licenciaturas em Economia e Finanças

Estatística II, ER - 25 Junho de 2015

Duração da prova: 2h

NOME:__________________________________ **Processo**_________

Notas:

- Certifique-se que o seu telemóvel está desligado;
- Fundamente e formalize devidamente as suas respostas;
- As perguntas de escolha múltipla têm cotação de 1 valor, as respostas erradas serão penalizadas em 0.25 valores;
- Caso nada seja dito em contrário utilize uma dimensão de 5% nos testes.

1. **[2]** Considere a variável aleatória X caracterizada pela seguinte função de densidade:

$$f_X(x;\theta) = \frac{e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta}, \text{ para } x \geq 0 \, (\theta > 0) \, .$$

Dada uma amostra de dimensão n proveniente da população de X, mostre que o estimador da máxima verosimilhança para θ é $\bar{X}$ e determine o estimador da máxima verosimilhança para a seguinte função do parâmetro θ:

$$\tau(\theta) = \theta^{\frac{5}{2}}.$$

2. **[1]** Seja $\tau(\hat{\theta})$ o estimador da máxima verosimilhança para $\tau(\theta)$ que obteve na pergunta anterior. Admita que o dito estimador é **centrado**. Nestas circunstâncias (indique a resposta **FALSA**):

   - [ ] Se existir o estimador mais eficiente então esse estimador é $\tau(\hat{\theta})$.
   - [ ] Se $\tau(\hat{\theta})$ for o estimador mais eficiente para $\tau(\theta)$ então este tem variância estritamente igual ao limite inferior de Cramer-Rao.
   - [ ] Pode ou não existir o estimador mais eficiente para $\tau(\theta)$.
   - [ ] $\tau(\hat{\theta})$ poderá não ser consistente.

3. **[1.5]** Dada a amostra aleatória (X_1, X_2, X_3, X_4) da população X, com $Var(X) = \sigma^2$ e $E[X] = \mu$, e os seguintes estimadores para μ,

$$\begin{aligned} T_1 &= \bar{X} \\ T_2 &= X_1 + X_2 - X_3 \\ T_3 &= 2X_4 - X_1 \end{aligned}$$

   comente a seguinte afirmação: T_1 *é mais eficiente do que* T_3 *mas* T_3 *é mais eficiente do que* T_2

4. **[1.5]** Seja X uma v.a. com distribuição desconhecida, observou-se a amostra aleatória $(X_1, \cdots, X_{225})$ $(n = 225)$ e registaram-se as quantidades $\bar{x} = 10$ e $s^2 = 1$. Parece-lhe pertinente afirmar-se com 95% de confiança que 9 é um valor admissível para μ?

5. **[1]** De uma população normal com variância conhecida e igual a 25 extraiu-se uma amostra aleatória de dimensão 100. Através do método da Variável Fulcral obteve-se o seguinte intervalo de confiança para μ: $[2,1775;\ 3,8225]$. Qual o nível de confiança que se deve atribuir ao dito intervalo?

   ☐ 99%.

   ☐ 95%.

   ☐ 90%.

   ☐ 5%.

6. **[1]** Seja X uma v.a. proveniente de uma população Normal onde se verifica que $n = Var(X)$. Admita ainda que com base numa amostra *iid* de dimensão n se pretende ensaiar o seguinte teste:

$$\begin{cases} H_0: & \mu = a \\ H_1: & \mu = b \end{cases}$$

   Tenha ainda em ponderação a seguinte região de rejeição:

$$W_\alpha = \{(x_1, \cdots, x_n) : \bar{x} < c\}$$

   para $b < c < a$. Nestas circunstâncias a potência do teste é dada por:

   ☐ $\Phi(c - b)$.

   ☐ $\Phi(c - a)$.

   ☐ 1-$\Phi(a - c)$.

   ☐ 1-$\Phi(c - b)$.

7. **[2]** Foi recolhida uma amostra aleatória de 200 portugueses e observou-se que dos 150 que defendem a saída de Portugal da Zona Euro 80 têm formação superior. Constatou-se ainda que os indivíduos sem formação superior e que defendem que Portugal deve permanecer na Zona Euro são 40. Podemos afirmar que o facto dos indivíduos terem ou não formação superior é independente da sua opinião em relação à saída de Portugal da Zona Euro?

8. **[1]** Indique a resposta **FALSA**. O Modelo de Regressão Linear Múltipla:

   ☐ Exibe um valor para o R^2 superior ou igual ao do Modelo de Regressão Linear Simples, para a mesma variável dependente.

   ☐ Apresenta uma soma do quadrado dos resíduos inferior àquela que é obtida pelo Modelo de Regressão Linear Simples.

   ☐ Permite controlar o efeito de outras variáveis ao contrário do Modelo de Regressão Linear Simples.

   ☐ Não permite que o estimador OLS seja obtido através do Método dos Momentos ao contrário do Modelo de Regressão Linear Simples.

9. Um Economista do Desenvolvimento pretende explicar os a esperança média de vida num conjunto de países, para o efeito estimou a seguinte equação:

$$Esp_i = \beta_0 + \beta_1 LPIBpc_i + \beta_2 Gini_i + \beta_3 Mort_i + \beta_4 Mortinf_i + u_i$$

onde as variáveis têm o seguinte significado:

- Esp_i: Esperança média de vida no país i;
- $LPIBpc_i$: logaritmo do PIB *per capita* do país i;
- $Gini$: índice de GINI, em %, do país i;
- $Mortinf$: Taxa de mortalidade infantil do país i em %;
- $Mort$: Taxa de mortalidade total do país i em %;

Tendo em conta os resultados da Estimação 1 e da Estimação 2 disponíveis no Anexo, responda as seguintes questões assumindo que se verificam as hipóteses clássicas (a não ser que tenha explícita evidência do contrário):

(a) **[2]** Interprete as estimativas dos coeficientes das variáveis $LPIBpc_i$ e $Mortinf$. Teste individualmente a sua significância estatística.

(b) **[0.5]** Mostre como se obteve o valor da F-statistic na Estimação 1.

(c) **[2]** Com o objectivo de se testar se um acréscimo de 1 ponto percentual na mortalidade infantil diminui mais a esperança média de vida do que um acréscimo de 2pontos percentuais na mortalidade total, o economista obteve a Estimação 2. Deduza esta equação e retire as devidas conclusões.

(d) **[1]** Com o objectivo de averiguar a presença de heterocedasticidade nos erros do Modelo da Estimação 1, o Economista efectuou um teste conhecido e que foi estudado nas aulas de Estatística II. Para o efeito, estimou uma regressão do quadrado dos resíduos sobre um conjunto de regressores da Estimação 1 no Anexo. Sabendo que a estatística teste tem distribuição do Qui-Quadrado com 14 graus de liberdade, podemos concluir que se trata de um teste de:

- ☐ Preusch-Bagan
- ☐ Breusch-Pagan
- ☐ White
- ☐ Reset

(e) **[1.5]** Sabe-se que no teste anterior o Economista obteve o seguinte valor para a estatística test observada: $LM_{obs} = 50$. Queimplicações poderá ter este resultado nas propriedades do estimador OLS da Estimação 1 do anexo?

(g) **[1]** Um outro Economista sugeriu a introdução de uma outra variável: a taxa de mortalidade dos adultos, isto é, a taxa de mortalidade total depois de lhe descontada a mortalidade infantil. Concorda? Comente as implicações desta afirmação sobre as propriedades do estimador dos mínimos quadrados.

10. **[1]** Admita que o seu objectivo é o de estimar o seguinte modelo:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + u_i \tag{1}$$

Pelo meio estimou o modelo:

$$x_{i1} = \gamma_0 + \gamma_1 x_{i2} + \gamma_3 x_{i3} + v_i \tag{2}$$

tendo obtido um coeficiente de determinação (R^2) de 0.9. Nestas circunstâncias:

☐ Existe multicolinearidade fraca entre os regressores do modelo (1) logo o estimador OLS não é BLUE.

☐ Existe multicolinearidade perfeita entre os regressores do modelo (1) logo não é possível a estimação de todos os seus coeficientes.

☐ Existe multicolinearidade perfeita entre os regressores do modelo (1) logo estimador OLS é BROWN.

☐ Existe um problema sério de multicolinearidade entre as variáveis do modelo (1) que pode implicar uma precisão pequena na estimação dos respectivos parâmetros.

Continuação da questão: _ _

ANEXO

Estimação 1

Dependent Variable: ESP
Method: Least Squares

Included observations: 63

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	67.89082	2.704193	25.10575	0.0000
LPIBPC	1.004398	0.265304	3.785831	0.0004
GINI	-3.735956	0.584402	-6.392785	0.0000
MORT	-3.196230	0.750359	-4.259600	0.0001
MORTINF	-6.623090	0.940315	-7.043484	0.0000

R-squared	0.888440	Mean dependent var	72.25397
Adjusted R-squared	0.880746	S.D. dependent var	4.788994
S.E. of regression	1.653790	Akaike info criterion	3.920055
Sum squared resid	158.6312	Schwarz criterion	4.090145
Log likelihood	-118.4817	Hannan-Quinn criter.	3.986952
F-statistic	115.4749	Durbin-Watson stat	2.375643
Prob(F-statistic)	0.000000		

Estimação 2

Dependent Variable: ESP
Method: Least Squares

Included observations: 63

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	67.89082	2.704193	25.10575	0.0000
LPIBPC	1.004398	0.265304	3.785831	0.0004
GINI	-3.735956	0.584402	-6.392785	0.0000
MORT+2*MORTINF	-3.196230	0.750359	-4.259600	0.0001
MORTINF	-0.230631	1.727130	-0.133534	0.8942

R-squared	0.888440	Mean dependent var	72.25397
Adjusted R-squared	0.880746	S.D. dependent var	4.788994
S.E. of regression	1.653790	Akaike info criterion	3.920055
Sum squared resid	158.6312	Schwarz criterion	4.090145
Log likelihood	-118.4817	Hannan-Quinn criter.	3.986952
F-statistic	115.4749	Durbin-Watson stat	2.375643
Prob(F-statistic)	0.000000		