

Análise Numérica

Trabalho Computacional 1

O objetivo deste trabalho é a construção de um programa capaz de tratar um problema clássico da microeconomia: a determinação de equilíbrios de Cournot para oligopólios. O problema consiste em determinar os níveis de produção de n empresas de tal modo que nenhuma delas encontre vantagem em alterar unilateralmente o seu nível de produção. Vamos assumir que todas as empresas têm funções de custo quadráticas da forma

$$C_i(q_i) = \frac{1}{2}a_iq_i^2, \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

A equação anterior traduz o custo suportado pela empresa i para produzir q_i unidades do bem em causa. A estrutura de custos das diversas empresas apenas difere na escolha do coeficiente de custo $a_i > 0$. Consideramos que a função de procura agregada é dada por

$$P(q) = q^{-1/\eta}, \quad \eta > 0. \quad (2)$$

Esta função devolve o preço de mercado para a procura agregada $q = q_1 + q_2 + \dots + q_n$. Deste modo, o lucro líquido de cada empresa é dado por

$$\pi_i(q_1, \dots, q_n) = P(q_1 + \dots + q_n)q_i - C_i(q_i). \quad (3)$$

O equilíbrio de *Cournot* é encontrado exigindo a condição de otimalidade do lucro líquido de cada empresa, relativamente à sua produção. Temos pois que exigir que

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i}(q_1, \dots, q_n) = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

As condições dadas pela equação anterior são verificadas em pontos (q_1, \dots, q_n) que verifiquem o sistema de equações:

$$(q_1 + \dots + q_n)^{-1/\eta} - (1/\eta)(q_1 + \dots + q_n)^{-1/\eta-1}q_i - a_iq_i = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

1. Construa um programa que permita calcular as soluções do sistema (5) através do método do ponto fixo. Considere $\eta = 1.6$. Como primeiro teste ao programa, resolva o sistema para casos particulares que os coeficientes de custo a_i têm o mesmo valor para todas as empresas (p.ex. $a_i = 0.5$, $i = 1, \dots, n$). A solução do sistema corresponde ao que seria de esperar ? Porquê ?

2. Investigue, analiticamente ou de modo experimental, para que valores do parâmetro η é possível obter a solução do sistema através do método que construiu.
3. Resolva o mesmo problema através do método de Newton para sistemas.
4. Descreva uma situação concreta de oligopólio, conduza diversos testes usando o programa(s) que construiu e interprete os resultados.