INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

ANÁLISE MATEMÁTICA II

Licenciatura MAEG

Época Normal – 7 de Janeiro de 2015

Duração: 2 horas

I

(2,5) Estude para que valores do parâmetro $\alpha \in \Re$ a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\mathrm{n}^2}{1+n^\alpha},$$

é absolutamente convergente, simplesmente convergente e divergente.

II

Considere a função $f : \Re^2 \to \Re$ definida por

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{e - e^{x^2+y^2}} - \log(1-|x|)}{\sqrt{(x-1)^2 + y}}.$$

a) (2,0) Determine o domínio D_f da função f e represente-o graficamente.

b) (1,5) Determine analiticamente o conjunto $fr(D_f)$.

c) (1,5) Justifique convenientemente que a função $g(x,y) = x\log(|xy|+1)$ é limitada no conjunto $(D_f)'$.

III

1. **(2,0)** Considere a função $f(x,y) = xsen\left(1-\log\left(y^2\right)\right)$. Indique o domínio da função, D_f, e estude a existência de prolongamento contínuo a $\Re^2$ definindo esse prolongamento nos pontos em que exista.
2. **(2,5)** Utilizando diferenciais, calcule um valor aproximado de $1.04^{2.02}$.

IV

(2,5) Traduza a expressão $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + az$ em termos da nova função w, onde $z = w(r)$ e $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

V

(2,5) Considere a função $f(x,y) = e^{x^2 - \cos(\alpha y)}$. Discuta, em função do parâmetro $\alpha \neq 0$, a existência de extremantes para a função f e em caso afirmativo classifique-os.

VI

(3,0) Considere a função complexa de variável complexa $f = u + iv$. Mostre que, se $f = u + iv$ é uma função inteira, então a parte imaginária de f nunca poderá ser $v(x,y) = x - y^2$.

fim