

NOME _____
Número _____ Curso _____

MATEMÁTICA I

Teste 1 - 8 de abril de 2016 - Duração: 1 hora -
Grupo I

Cotações: **1.** 1.6 (4×0.4); **2.** 1.25; **3.** 1.25.

Nota: na questão **1.** cada resposta errada vale -0.4 , um total negativo nesta questão vale 0; nas questões **2.** e **3.** a resposta errada vale -0.25 . Um total negativo nestas questões vale 0;

1. Considere as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para cada afirmação, indique se é verdadeira (V) ou falsa (F):

	V	F
$\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$		
A matriz $\mathbf{A} + \mathbf{A}^2$ tem característica igual a 2		
A matriz $\mathbf{A} - \mathbf{I}$ é invertível		
$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$		

2. Considere uma matriz \mathbf{B} quadrada de ordem 3 e com $|\mathbf{B}| = 5$ e ainda a matriz

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & a & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Indique a proposição **verdadeira**:

- (A) O determinante da matriz $\mathbf{D} = 2\mathbf{B}$ é igual a 10.
- (B) A matriz \mathbf{C} é uma matriz simétrica.
- (C) A matriz \mathbf{C} é invertível se $a \neq 9$.
- (D) Se $a = 10$ então $|\mathbf{B} + \mathbf{C}| = 6$.

3. Considere a série $\sum_{n=8}^{+\infty} (-2)^n$. Indique a proposição **verdadeira**:

- (A) Como $r < 1$, a série é convergente.
- (B) A série é divergente.
- (C) O termo geral da série é $a_n = -2$.
- (D) A soma da série existe e é $S = \frac{1}{3}$.

Grupo II

Cotações: **4.** 3.0(2.0 + 1.0); **5.** 1.75(1.0 + 0.75); **6.** 1.15.

Apresente os cálculos que efectuar e justifique cuidadosamente a resolução das questões seguintes.

4. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + az = 1 \\ 2x + 2y + 2az = 0 \\ 3x + 3y + 4az = b - 1 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

(a) Classifique o sistema em função dos valores dos parâmetros a e b , indicando o grau de indeterminação (ou o n° de graus de liberdade).

(b) Resolva o sistema no caso em que $a = 0$ e $b = 1$, indicando o conjunto solução (ou a solução geral).

5. Considere a série $\sum_{n=1}^{+\infty} (4x + 2)^n$ com $x \in \mathbb{R}$.

(a) Determine os valores de x para os quais a série é convergente.

(b) Calcule o valor da soma da série $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[(4x + 2)^n + \frac{(-3)^n}{n!} \right]$.

6. Prove que se \mathbf{A} é uma matriz invertível então a sua transposta também é invertível e $(\mathbf{A}^T)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^T$.