

**Análise Matemática I – 1º ano MAEG****LISTA 9**

- (1) Utilize o método de primitivação por partes para calcular as primitivas das seguintes funções:

- (a)  $xe^x$
- (b)  $x \operatorname{arctg} x$
- (c)  $\arcsin x$
- (d)  $x \sin x$
- (e)  $x^3 e^{x^2}$
- (f)  $\log^3 x$
- (g) (\*)  $\frac{x^7}{(1-x^4)^2}$

- (2) (\*) Determine  $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  que verifica as condições:

$$f'(x) = \frac{1}{2} \log(x^2), \quad f(1) = 0 \quad \text{e} \quad f(-1) = 1.$$

- (3) Determine uma função contínua  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que:

$$f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt[3]{x}}, \quad x \neq 0 \quad \text{e} \quad f(0) = 1.$$

- (4) Calcule, utilizando o método de primitivação por substituição, uma primitiva de cada uma das seguintes funções, no seu domínio:

- (a)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x})}$ ;
- (b)
- (c)  $h(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ;

- (5) Calcule

- (a)  $\int \sqrt{2x + 3} dx$
- (b)  $\int (2x - 3)^{-2} dx$
- (c)  $\int \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx$
- (d)  $\int \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{1+\cos(\theta)}} d\theta$
- (e)  $\int \sin^2 x dx$
- (f)  $\int \sin^3 x dx$
- (g)  $\int \operatorname{tg} x dx$
- (h)  $\int \cos^4 x dx$
- (i)  $\int \frac{1}{x \log(2x)} dx$

- (j)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$
- (k)  $\int \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} dx$
- (l)  $\int \sin(2x)\sqrt{\cos(2x)} dx$
- (m)  $\int x^\alpha \log(x) dx$  para  $\alpha \neq -1$

(6) (\*) Prove por indução que:

$$\int x^n e^x dx = e^x \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^{n-k} n!}{k!} x^k, \quad n \in \mathbb{N}.$$

(7) Primitive as seguintes funções:

- (a)  $\frac{x^4}{1-x}$ ;
- (b)  $\frac{x+1}{x^4+4x^2}$ ;