**Época Normal - 5 de Junho de 2015**
**Soluções numéricas e algumas sugestões**

1.a) $A = ]-2, 1[$

1.b) sup=1; máximo -não existe; ínf=mínimo=cos(1)=cos(-1);

1.c) $fr(A \cap \mathbb{Q}) = [-2, 1]$; $fr(B) = B \cup \{1\}$; $B' = \{1\}$;

1.d) i) PF (pq a proposição afirma que $1 \in ext(A)$ mas 1 é ponto fronteiro de $A$); ii) PF (a proposição afirma que o conjunto $B$ tem máximo);

2.b) $f(x) = x\ln(x^2+1) - 2x + 2\arctan(x) + 3 - \ln(2) - \frac{\pi}{2}$;

3.a) $f$ é contínua em $\mathbb{R}$ para $a = b = \frac{\pi}{2}$;

3.b) Considerando os valores de $a$ e $b$ obtidos na alínea anterior (note que para que a função seja diferenciável terá que ser contínua) obtemos $f'(0^-) = -1$ e $f'(0^+) = 0$ e portanto não existem valores de $a$ e $b$ para os quais $f$ é diferenciável em 0;

3.c) PV para $a < 0$ (calcule $g'(x)$ e veja para q valores se tem $g' < 0$ e portanto $g$ decrescente)

4. Aplicar o teorema de Lagrange à função $f(x) = \tan(x)$ no intervalo $[0, x]$ para $0 < x < \frac{\pi}{2}$; concluir o resultado do facto de $f'(c) = \frac{1}{\cos(c^2)}$ e de $0 < \cos(c^2) < 1$, para $c \in ]0, x[$;

5. Conv sse $0 < \alpha < 18/5$;

6.a) Aplicar Bolzano à função $g$ no intervalo $[a, b]$ p provar q existe $c \in ]a, b[$ tq $g(c) = 0$; como $g(0) = 0$, aplicando Rolle ao ontervalo $[0, c]$ sai o resultado.

6.b) Por exemplo aplicar Lagrange à função $g$ no intervalo $[0, a]$;

Ou (outra abordagem possível) aplicar Rolle à função $h(x) = g(x) - x$ no intervalo $[0, a]$;