LISBON SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT
UNIVERSIDADE DE LISBOA

ANÁLISE NUMÉRICA

Licenciatura em MAEG

Teste Intercalar, 05/04/2016

1. Considere a equação $e^{-x^2} - 2x = 0$.

(a) Mostre que a equação tem uma única solução em $\mathbb{R}$, que pertence ao intervalo $[0, \frac{1}{2}]$.

(b) Utilize o método de Newton para obter uma aproximação da solução com erro inferior a 0.5×10^{-4}.

2. Considere o sistema de equações

$$\begin{cases} 2x - \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) = 0 \\ \\ \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) + 3y = 0 \end{cases}.$$

(a) Mostre que o sistema tem uma e uma só solução $\boldsymbol{Z} \in \mathbb{R}^2$ e construa uma sucessão $X^{(n)}$ convergente para essa solução.

(b) Especifique quantas iterações teria que calcular para que $\|\boldsymbol{X}^{(n)} - \boldsymbol{Z}\|_\infty < 0.5 \times 10^{-6}$.

3. Considere o sistema linear $A_\varepsilon x = b$ em que

$$A_\varepsilon = \begin{pmatrix} 8 & 1+\varepsilon \\ 1+\varepsilon & 2 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) Obtenha a decomposição de Cholesky de A_1 e utilize-a para resolver o sistema $A_1 x = b$.

(b) Tomando agora $\varepsilon = 0$, aplique o método de Jacobi de modo a obter uma aproximação da solução com erro (medido na norma $\|\cdot\|_\infty$), inferior a 10^{-3}.

(c) Sendo $\lambda_1 > \lambda_2$ os valores próprios de A_0 mostre, sem calcular os valores próprios, que $\left|\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right| \leq \frac{3}{7}$. Realize 3 iterações do método das potências para determinar uma aproximação de λ_1.

Cotação: **1**. (a) 1.0 (b) 4.0 **2**.(a) 4.0 (b) 2.0 **3**. (a) 3.0 (b) 3.0 (c) 3.0