

Licenciatura em Matemática Aplicada à Economia e à Gestão

ANÁLISE NUMÉRICA

Exame em Época Especial

10/09/2013

1. Considere a equação não linear $x^2 - \sin^2(x + 1) = 0$.
 - (a) Localize todas as soluções da equação em intervalos de amplitude não superior a 0.25 e, utilizando o teorema do ponto fixo com uma função iteradora adequada, obtenha uma sucessão convergente para a solução positiva. (obs: **não** calcule iterações).
 - (b) Determine uma aproximação da solução positiva da equação que tenha 2 casas decimais de precisão.
2. Mostre a convergência do método iterativo de Jacobi quando aplicado à resolução do sistema

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 - x_3 = 10 \\ x_2 + 10x_2 + x_3 = 12 \\ 2x_1 - x_2 + 10x_3 = 11 \end{cases}$$

e determine uma aproximação \tilde{x} da sua solução que verifique $\|x - \tilde{x}\|_\infty < 0.5 \times 10^{-2}$.

3. Considere a função $f(x) = x/(1 + x^2)$.
 - (a) Determine o polinómio interpolador de f no intervalo $[0, 1]$, utilizando 4 pontos igualmente espaçados.
 - (b) Utilizando a tabela de pontos descrita na alínea anterior, determine a melhor aproximação linear de f , no sentido dos mínimos quadrados.
 - (c) Calcule uma aproximação de $\int_0^1 f(x) dx$, utilizando o método Simpson composto com $h = 0.125$.
4. Considere o problema de valor inicial $y' = x \sin(xy)$, $y(0) = 1$. Aplique o método de Euler com $h = 0.2$ para obter uma aproximação de $y(1)$ e determine um majorante para o erro cometido.