Época Normal - 3 de Junho de 2016

1.a) $A = [-2, 2]$;

1.b) Minorantes de B:$\emptyset$ Majorantes B: $[5, +\infty[$; máximo $= 5$, mínimo não existe;

1.c) $fr(A \cap \mathbb{Q}) = [-2, 2]$; $B' = \emptyset$;

1.d) i) PF (pq A não é um conjunto aberto); ii) PF (pq B não tem minorantes);

2.a) Tem primitivar a função 2 vezes; na 1ª vez a primitiva é imediata e obtém $f'(x) = \arctan(x) - \frac{\pi}{4}$; para primitivar esta função deve usar primitivação par partes (primitiva 1 e deriva $arctan(x)$) e a função f pedida é $f(x) = x\arctan(x) - \frac{1}{2}\ln(1 + x^2) - \frac{\pi}{4}x + 0$;

2.b) Area=$\int_{-1}^{0}(e - e^{-x})dx + \int_{0}^{1}(e - e^{x})dx = \ldots = 2$;

3.a) f é contínua em $\mathbb{R}$ para $k = 2 - \frac{\pi}{4}$;

3.b) $f'(0^+) = \frac{4}{3}$; se existir $f'(0)$ o seu valor terá que ser $\frac{4}{3}$;

3.c) $y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$ ou seja, $y = 1(x + 1) + k$;

3.d) A proposição afirma que a função f é crescente em $\mathbb{R}^-$; como $f'(x) = \frac{1}{1+(x+1)^2}$, para $x < 0$, temos que $f'(x) > 0$, para todo $x \in \mathbb{R}^-$ e portanto a função f é crescente em $\mathbb{R}^-$ e a proposição é verdadeira;

4. Considere a função $f(x) = e^x - 2 + x^3$; o exercício pede para provar que f tem um unico zero real; para provar que tem pelo menos 1 zero utilize o teorema do valor intermédio de Bolzano aplicado a um intervalo conveniente (qq intervalo $[a, b]$ para o qual $f(a).f(b) < 0$; por exemplo o intervalo $[0, 1]$); para provar que não pode ter mais do q um zero utilize o teo de Rolle e verifique q a função f' não tem nenhum zero;

5. Pontos improprios: 0 e 3; No ponto 0 comparar com $\int_0^1 \frac{1}{x^{(2\alpha/3)-3}}dx$, conv sse $\alpha < 6$; No ponto 3 comparar com $\int_1^3 \frac{1}{(3-x)^{1/2}}dx$, conv qq q seja valor de α; Conv sse $0 < \alpha < 6$;

6. Comece por notar que, como $\frac{n+3}{n+1} \to 1$ e $f(\frac{n+3}{n+1}) = \frac{2n+5}{n+1} \to 2$ pela definição de limite segundo Heine e pq f é contínua temos que ter $f(1) = 2$ (visto q se $a_n \to 1$ temos q ter $f(a_n) \to f(1)$); Agora, por definição de $f'(1)$ sabemos q $f'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$; de novo pela definição de limite segundo Heine, substituindo x por $\frac{n+3}{n+1}$ vem q $f'(1) = \lim \frac{f(a_n)-f(1)}{a_n-1} = \ldots = \lim \frac{\frac{2n+5}{n+1}-2}{\frac{n+3}{n+1}-1} = \cdots = \frac{3}{2}$;