ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, Exame Época Recurso **29 . 06. 16**

1ª Parte - Teórica – 30 minutos

Cotação da 1º Parte: 7 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

614372

Nome:____**Número:**_________

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com* ***X*** *na quadrícula respectiva*.

1. Sejam A_1, A_2 e A_3 acontecimentos com <u>probabilidade positiva</u> de um espaço de resultados Ω .

	V	F
Se A_1, A_2 e A_3: $A_i \cap A_j = \emptyset$ $(i \neq j)$ e $P(A_1) + P(A_2) = P(\overline{A_3})$, então A_1, A_2 e A_3 formam uma partição do espaço de resultados.	X	
A_2 e A_3 são independentes se e só se $P[A_2 \cap A_3] = 0$.		X
Se $P(A_1 \cup A_2) = P(A_2)$ e $P(A_1) < P(A_2)$, então $A_1 \subset A_2$.	X	
Se $P(\overline{A_1}\|A_3) = 1$, então $P(A_1 \cap A_3) = 0$	X	

2. Considere a variável aleatória X e a respectiva função de distribuição $F_X(x)$

	V	F
Se X é uma variável aleatória contínua, $P(a < X < c) = F(c) - F(a)$	X	
Se X é contínua e $\varphi(X)$ é uma função real de variável real, $Y = \varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória discreta	X	
Se X é uma variável discreta então a respectiva função probabilidade tem sempre domínio em N_0 e contradomínio $[0, 1]$		X
Se X é discreta, $\forall\, h \to 0^+, x \in \mathbb{R}$ tem-se $F_X(x) = P(X \leq x + h)$	X	

3. Sejam X e Y variáveis aleatórias com média e variância, respectivamente $\mu_X, \sigma_X^2, \mu_Y, \sigma_Y^2$.

	V	F
Se X e Y independentes, então $f_{X\|Y=y}(x) * f_Y(y) = f_{Y\|X=x}(y)$.	X	
Seja $X \sim Po(\lambda)$ e $Y \sim Po(\lambda)$, forem independentes, então $Var(2X - Y) = 3\boldsymbol{\lambda}$.		X
Se $X \sim N(\mu, 1)$, então $Y = (X - \mu)^2 \sim \chi^2_{(1)}$	X	
Seja $\rho_{X,Y} \in (0,1]$, então X e Y variam no mesmo sentido	X	

4. Considere uma amostra casual $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$, $n \geq 2$, obtida de uma população X de parâmetros μ e σ desconhecidos.

	V	F
$E(X_1 + X_n) = 2\mu_X$	X	
Se a população $X \sim B(1, \theta)$ então.$E(\bar{X}) = \boldsymbol{\theta}$.	X	
A função nS^2/σ^2 não é uma variável aleatória.		X
$P(X_1 \leq x, X_2 \leq x) = 2 * F_X(x)$		X

<u>VIRE SE FAZ FAVOR</u>

<u>Atenção</u>: Das seguintes 3 questões responda apenas a 2 (Resposta a 3 questões anula 2) [Cotação: 15+15].
Nas questões que se seguem, formalize e justifique todos os passos.

5. Sejam A, B acontecimentos do espaço de resultados Ω com probabilidade positiva. **Demonstre** que $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$. **[Cotação: 15]**

$$\underbrace{P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)}} = \frac{\overbrace{P(B-A)}}{P(B)} = \frac{\overbrace{P(B) - P(A\cap B)}}{P(B)} = \underbrace{1 - \frac{P(A\cap B)}{P(B)}} = \underbrace{1 - P(A|B)}$$

6. Seja (X, Y) um vector bidimensional discreto. **Use a definição de valor esperado** para provar que, se X e Y forem variáveis aleatórias independentes se tem $E(XY) = E(X).E(Y)$. **[Cotação: 15]**

$$E(XY) = \underbrace{\sum_{x\in D_x}\sum_{y\in D_Y} x.y.f_{X,Y}(x,y)} \overset{*}{=} \underbrace{\sum_{x\in D_x}\sum_{y\in D_Y} x.y.f_X(x).f_Y(y)} =$$

$$= \underbrace{\sum_{x\in D_x} x.f_X(x) . \sum_{y\in D_Y} y.f_Y(y) = E(X).E(Y)}$$

$$* \; X \text{ e } Y \text{ são variáveis aleatórias independentes} \Rightarrow \underbrace{f_{X,Y}(x,y) = f_X(x).f_Y(y)} \quad \underbrace{\forall (x,y) \in D_{X,Y}}$$

7. Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos $M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$. Dada uma amostra aleatória de dimensão 3, calcule o valor esperado de $T = \sum_{i=1}^{3} X_i$ **[Cotação: 15]**

$$M_T(s) = \overbrace{\underbrace{M_{X_1+X_2+X_3}(s) = M_{X_1}(s) * M_{X_2}(s) * M_{X_3}(s)}}^{pq\ X_i\ (i=1,2,3) \text{ são elementos de uma amostra casual e como tal independentes}} = \underbrace{\prod_{i=1}^{3} \frac{\lambda}{\lambda - s} = \left(\frac{\lambda}{\lambda - s}\right)^3}$$

$$\underbrace{M_T'(s) = 3\left(\frac{\lambda}{\lambda - s}\right)^2 \frac{\lambda}{(\lambda - s)^2} = \frac{3\lambda^3}{(\lambda - s)^4}} \Rightarrow \underbrace{E(T) = M_T'(0) = \frac{3\lambda^3}{\lambda^4} = \frac{3}{\lambda}}$$

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, Exame Época Recurso 29 . 06. 16

1ª Parte - Teórica – 30 minutos

Cotação da 1º Parte: 7 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

624371

Nome:____**Número:**_________

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*.

1. Sejam A_1, A_2 e A_3 acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω .

	V	F
Se A_1, A_2 e A_3: $A_i \cap A_j = \emptyset$ $(i \neq j)$ e $P(A_1) = P(\overline{A_2 \cup A_3})$, então A_1, A_2 e A_3 formam uma partição do espaço de resultados.	X	
Se $P[A_2 \cap A_3] = 0$, então A_2 e A_3 são independentes.		X
Se $P(A_1 \cap A_2) = P(A_2)$ e $P(A_2) < P(A_1)$, então $A_2 \subset A_1$	X	
Se $P(A_3 \mid \overline{A_1}) = 1$, então $P(A_1 \cap A_3) = 0$		X

2. Considere a variável aleatória X e a respectiva função de distribuição $F_X(x)$

	V	F
Se X é uma variável aleatória discreta, $a, c \in D_X$, $a < c \Rightarrow$ $P(a < X < c) = F(c^-) - F(a)$	X	
Se X é contínua e $\varphi(X)$ é uma função real de variável real, $Y = \varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória discreta	X	
Se X é uma variável contínua então a respectiva função densidade de probabilidade tem domínio e contradomínio em $\mathbb{R}$.		X
Se X é contínua, $\forall\, h \to 0^+, x \in \mathbb{R}$ tem-se sempre $F_X(x) \leq P(X \leq x + h)$	X	

3. Sejam X e Y variáveis aleatórias com média e variância, respectivamente $\mu_X, \sigma_X^2, \mu_Y, \sigma_Y^2$.

	V	F
$f_{X\mid Y=y}(x) * f_Y(y) \neq f_{Y\mid X=x}(y) * f_X(x)$.		X
Seja $X \sim Po(\lambda)$ e $Y \sim Po(\lambda)$, forem independentes, então $Var(X - 2Y) = 5\boldsymbol{\lambda}$.	X	
Se $X \sim N(\mu, 1)$, então $Y = X^2/\sigma^2 \sim N(\mu^2, 1)$		X
Seja (X, Y) uma variável aleatória bidimensional, tem-se $\rho_{X,Y} \in [-1,1]$	X	

4. Considere uma amostra casual $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$, $n \geq 2$, obtida de uma população X de parâmetros μ e σ desconhecidos.

	V	F
$E(X_1 + X_n) = {(X_1 + X_n)}/{2}$		X
Se a população $X \sim B(1, \theta)$ então.$Var(\bar{X}) = \boldsymbol{\theta(1 - \theta)/n}$.	X	
A função nS^2/σ^2 é uma variável aleatória	X	
$P(X_1 \leq x, X_2 \leq x) = [F_X(x)]^2$	X	

VIRE SE FAZ FAVOR

Atenção: Das seguintes 3 questões responda apenas a 2 (Resposta a 3 questões anula 2) [Cotação: 15+15].
Nas questões que se seguem, formalize e justifique todos os passos.

5. Sejam A, B acontecimentos do espaço de resultados Ω com probabilidade positiva. **Demonstre** que $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$. **[Cotação: 15]**

6. Seja (X, Y) um vector bidimensional discreto. **Use a definição de valor esperado** para provar que, se X e Y forem variáveis aleatórias independentes se tem $E(XY) = E(X).E(Y)$. **[Cotação: 15]**

7. Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos $M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$. Dada uma amostra aleatória de dimensão 3, calcule o valor esperado de $T = \sum_{i=1}^{3} X_i$ **[Cotação: 15]**

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, Exame Época Recurso 29 . 06. 16

1ª Parte - Teórica – 30 minutos

Cotação da 1º Parte: 7 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

634172

Nome:____**Número:**_________

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*.

1. Sejam A_1, A_2 e A_3 acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω .

	V	F
Se A_1, A_2 e A_3: $A_i \cap A_j = \emptyset$ $(i \neq j)$ e $P(A_2) + P(A_3) = P(\overline{A_1})$, então A_1, A_2 e A_3 formam uma partição do espaço de resultados.	X	
Se $P[A_1 \cap A_3] \neq 0$, então A_1 e A_3 são independentes.		X
Se $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1)$ e $P(A_2) < P(A_1)$, então $A_2 \subset A_1$	X	
Se $P(\overline{A_3} \| A_1) = 1$ então $P(A_1 \cap A_3) = 0$	X	

2. Considere a variável aleatória X e a respectiva função de distribuição $F_X(x)$

	V	F
Se X é uma variável aleatória contínua, $a, c \in \mathbb{R}$, $a < c \Rightarrow P(a \leq X < c) = F(c) - F(a)$	X	
Se X é discreta e $\varphi(X)$ é uma função real de variável real, $Y = \varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória mista		X
Se X é uma variável contínua então a respectiva função distribuição tem domínio em $\mathbb{R}$ e contradomínio em $\mathbb{R}^+$		X
Se X é discreta, $\forall\, h \to 0^+, x \in \mathbb{R}$ tem-se sempre $F_X(x) = P(X \leq x + h)$	X	

3. Sejam X e Y variáveis aleatórias com média e variância, respectivamente $\mu_X, \sigma_X^2, \mu_Y, \sigma_Y^2$.

	V	F
Se X e Y independentes, então $\left(f_{Y\|X=x}(y) * f_Y(y)\right) * \left(f_{X\|y=y}(x) * f_X(x)\right) = f_{XY}(x,y)$.		X
Seja $X \sim Po(\lambda)$ e $Y \sim Po(\lambda)$, forem independentes, então $Var(3X - Y) = 10\boldsymbol{\lambda}$.	X	
Se $X \sim N(0, \sigma^2)$, então $Y = X^2/\sigma^2 \sim \chi^2_{(1)}$	X	
Seja $\rho_{X,Y} \in (0,1]$, então X e Y variam em sentidos contrários.		X

4. Considere uma amostra casual $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$, $n \geq 2$, obtida de uma população X de parâmetros μ e σ desconhecidos.

	V	F
$Var(X_n) = n * Var(X)$		X
Se a população $X \sim B(1, \theta)$ então.$Var(\bar{X}) = \boldsymbol{\theta(1-\theta)}$.		X
A função $(\bar{X} - \mu)/(\sigma/\sqrt{n})$ não é uma variável aleatória.		X
$P(X_1 \leq x, X_2 > x) = F_X(x) - [F_X(x)]^2$	X	

Atenção: Das seguintes 3 questões responda apenas a 2 (Resposta a 3 questões anula 2) [Cotação: 15+15].
Nas questões que se seguem, formalize e justifique todos os passos.

5. Sejam A, B acontecimentos do espaço de resultados Ω com probabilidade positiva. **Demonstre** que $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$. **[Cotação: 15]**

6. Seja (X, Y) um vector bidimensional discreto. **Use a definição de valor esperado** para provar que, se X e Y forem variáveis aleatórias independentes se tem $E(XY) = E(X).E(Y)$. **[Cotação: 15]**

7. Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos $M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$. Dada uma amostra aleatória de dimensão 3, calcule o valor esperado de $T = \sum_{i=1}^{3} X_i$ **[Cotação: 15]**

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças, 2º semestre, Exame Época Recurso 29 . 06. 16

1ª Parte - Teórica – 30 minutos

Cotação da 1º Parte: 7 Valores. As respostas são efectuadas no espaço a seguir disponível. A cotação das perguntas de Verdadeiro e Falso é feita sempre da mesma maneira. No decorrer da prova não serão prestados quaisquer esclarecimentos. Não pode utilizar calculadora nem qualquer meio de consulta. BOA SORTE!

641372

Nome:____**Número:**_________

[**Atenção: Cada resposta certa vale 2,5 cada resposta errada vale –2,5.** A classificação desta questão variará entre um mínimo de *zero* e um máximo de *10*]

Indique as respostas verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), *assinalando com **X** na quadrícula respectiva*.

1. Sejam A_1, A_2 e A_3 acontecimentos com probabilidade positiva de um espaço de resultados Ω .

	V	F
Se A_1, A_2 e A_3: $A_i \cap A_j = \emptyset$ $(i \neq j)$ e $P(A_3) = P(\overline{A_2 \cup A_1})$, então A_1, A_2 e A_3 formam uma partição do espaço de resultados.	X	
Se $P[A_1 \cap A_2] = 0$, então A_1 e A_2 são independentes.		X
Se $P(A_2 \cap A_3) = P(A_2)$ e $P(A_2) < P(A_3)$, então $A_2 \subset A_3$	X	
Se $P(A_2 \vert \overline{A_3}) = 1$, então $P(A_2 \cap A_3) = 0$		X

2. Considere a variável aleatória X e a respectiva função de distribuição $F_X(x)$

	V	F
Se X é uma variável aleatória contínua, $a, c \in \mathbb{R}$, $a < c \Rightarrow P(a \leq X \leq c) = F(c) - F(a)$	X	
Se X é contínua e $\varphi(X)$ é uma função real de variável real, $Y = \varphi(X)$ pode ser uma variável aleatória mista	X	
Se X é uma variável discreta então a respectiva função distribuição tem domínio em $\mathbb{R}$ e contradomínio $[0,1]$	X	
Se X é contínua, $\forall\, h \to 0^+, x \in \mathbb{R}$ tem-se sempre $F_X(x) \geq P(X \leq x - h)$	X	

3. Sejam X e Y variáveis aleatórias com média e variância, respectivamente $\mu_X, \sigma^2_X, \mu_Y, \sigma^2_Y$.

	V	F
Se X e Y independentes, então $\left(f_{Y\vert X=x}(y) * f_Y(y)\right) * \left(f_{X\vert y=y}(x) * f_X(x)\right) \neq f_{XY}(x,y)$.	X	
Seja $X \sim Po(\lambda)$ e $Y \sim Po(\lambda)$, forem independentes, então $Var(3X - 2Y) = 5\boldsymbol{\lambda}$.		X
Se $X \sim N(0, \sigma^2)$, então $Y = X^2/\sigma^4 \sim \chi^2_{(1)}$		X
Seja $\rho_{X,Y} = 0$ então X e Y são independentes		X

4. Considere uma amostra casual $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$, $n \geq 2$, obtida de uma população X de parâmetros μ e σ desconhecidos.

	V	F
$Var(X_n) = n^2 Var(X)$		X
Se a população $X \sim B(1, \theta)$ então.$E(\bar{X}) = \boldsymbol{\theta / n}$.		X
A função $(\bar{X} - \mu)/(\sigma/\sqrt{n})$ é uma variável aleatória.	X	
$f_{X_1, X_2, \cdots, X_n}(x_1, x_2, \cdots, x_n) = n * f_X(x)$		X

Atenção: Das seguintes 3 questões responda apenas a 2 (Resposta a 3 questões anula 2) [Cotação: 15+15].
Nas questões que se seguem, formalize e justifique todos os passos.

5. Sejam A, B acontecimentos do espaço de resultados Ω com probabilidade positiva. **Demonstre** que $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$. **[Cotação: 15]**

6. Seja (X, Y) um vector bidimensional discreto. **Use a definição de valor esperado** para provar que, se X e Y forem variáveis aleatórias independentes se tem $E(XY) = E(X).E(Y)$. **[Cotação: 15]**

7. Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos $M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$. Dada uma amostra aleatória de dimensão 3, calcule o valor esperado de $T = \sum_{i=1}^{3} X_i$ **[Cotação: 15]**

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – Exame Época Recurso **29 . 06. 16**

2ª Parte – Prática – 90 minutos

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(20)	3a.(10)	3 c) (15)	4. (20)	T:
1b.(10)	2b.(15)	3b.(20)			P:

<u>Atenção</u>: Nas questões de resposta aberta, formalize e justifique todos os passos.

1. Na empresa Bebidas, S.A., as percentagens de vendas de Água, Sumos e Cerveja são respectivamente 20%, 30% e 50%. Segundo os testes de qualidade, 70% das garrafas de Água tem qualidade aceitável e entre as garrafas de qualidade aceitável 30% são de Sumos. Sabe-se também que 70% das garrafas vendidas pela empresa tem qualidade aceitável.

a) Para efeitos de controlo de qualidade da Cerveja, seleccionou-se aleatoriamente uma garrafa. Qual a probabilidade de que seja de qualidade aceitável?

$$P(A) = 0.2;\ P(S) = 0.3;\ P(C) = 0.5;\ P(QA|A) = 0.7;\ P(S|QA) = 0.3;\ P(QA) = 0.7$$

$$P(QA|C) = \frac{P(QA \cap C)}{P(C)} = \frac{0.35}{0.5} = 0.7$$

$$P(QA|A) = \frac{P(QA \cap A)}{P(A)} = \frac{P(QA \cap A)}{0.2} = 0.7 \Leftrightarrow P(QA \cap A) = 0.14$$

$$P(S|QA) = \frac{P(S \cap QA)}{P(QA)} = \frac{P(S \cap QA)}{0.7} = 0.3 \Leftrightarrow P(S \cap QA) = 0.21$$

$$P(QA) = P(QA \cap A) + P(S \cap QA) + P(C \cap QA) \Leftrightarrow P(C \cap QA) = 0.7 - (0.14 + 0.21) = 0.35$$

b) 1.Seleccionadas ao acaso 10 garrafas. Qual a probabilidade de mais de metade delas serem de Cerveja?

0.7949 ☐ 0.3770 X 0.7539 ☐ 0.6230 ☐

2.Seleccionadas ao acaso 14 garrafas. Qual a probabilidade de mais de metade delas serem de Àgua?

0.9908 ☐ 0.0116 ☐ 0.9678 ☐ 0.0024 X

3.Seleccionadas ao acaso 20 garrafas. Qual a probabilidade de mais de metade delas serem de Sumos?

0.480 ☐ 0.9346 ☐ 0.0171 X 0.9692 ☐

4.Seleccionadas ao acaso 20 garrafas. Qual a probabilidade de mais de metade delas serem de Água?

0.0006 X 0.9980 ☐ 0.0026 ☐ 0.9926 ☐

2. As receitas mensais, em **milhões de euros**, resultantes da venda de dois produtos X e Y são bem modeladas pelas variáveis aleatórias X e Y cujas funções densidade de probabilidade são:

$$f_X(x) = \frac{2x}{9} \quad (0 < x < 3) \text{ e } f_Y(y) = 2y \quad (0 < y < 1)$$

Admita independência entre as variáveis aleatórias.

a) Qual a percentagem de meses em que a receita proveniente da venda do produto X é inferior à receita proveniente da venda do produto Y?

Como se admite independência entre variáveis aleatórias X e Y,

$$f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) * f_Y(y) = \frac{4xy}{9} \quad (0 < x < 3;\ 0 < y < 1)$$

$$P(X<Y) = \int_0^1 \int_0^y \frac{4xy}{9}\,dxdy = \frac{4}{9}\int_0^1 y \int_0^y x\,dxdy = \frac{4}{9}\int_0^1 y\,\frac{y^2}{2}\,dy = \frac{4}{9}\int_0^1 \frac{y^3}{2}\,dy = \frac{4}{9}\int_0^1 y\,\left.\frac{x^2}{2}\right]_0^y dy$$

$$= \frac{4}{9}\left.\frac{y^4}{8}\right]_0^1 = \frac{4}{9}\cdot\frac{1}{8} = \frac{1}{18}$$

b) Determina a receita média proveniente da venda do produto Y, nos meses em que a receita proveniente da venda do produto X é de 2 milhões de euros.

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x,y)\,dy = \int_0^1 \frac{4xy}{9}\,dy = \left.\frac{4x}{9}\frac{y^2}{2}\right]_0^1 = \frac{4x}{9}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2x}{9} \quad (0 < x < 3)$$

$$E(Y|X=2) = \int_{-\infty}^{+\infty} y.f_{Y|X=2}(y)\,dy = \int_{-\infty}^{+\infty} y.\frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_X(x)}\,dy = \int_0^1 y\,.\frac{4xy/9}{2x/9}\,dy =$$

$$= 2\,.\int_0^1 y^2\,.dy = 2\,.\left.\frac{y^3}{3}\right]_0^1 = \frac{2}{3}$$

3. As inscrições num dado website segue um processo de Poisson de intensidade média igual a 0.6 por minuto.

a) Qual a probabilidade de em 10 minutos o site ter menos de 5 inscrições?

0.4457 ☐ 0.1606 ☐ 0.2851 X 0.1339 ☐

a) Qual a probabilidade de em 5 minutos o site ter menos de 4 inscrições?

0.2240 ☐ 0.6472 X 0.1680 ☐ 0.8153 ☐

a) Qual a probabilidade de em 5 minutos o site ter menos de 10 inscrições?

0.9989 X 0.0027 ☐ 0.9997 ☐ 0.0008 ☐

a) Qual a probabilidade de em 4 minutos o site ter menos de 9 inscrições?

0.0007 ☐ 0.9998 ☐ 0.0025 ☐ 0.9991 X

b) Determine a probabilidade de o tempo decorrido entre 3 inscrições consecutivas ser inferior a 7 minutos.

$$\underbrace{X - \text{ nº de inscrições num dado website por minuto}} \; \underbrace{\sim Po(0{,}6)} \Rightarrow$$

$$\underbrace{Y - \text{ tempo, em minutos, entre inscrições consecutivas}} \underbrace{\sim Ex(0.6)}$$

$$W = \underbrace{\sum_{i=1}^{2} X_i - \text{ tempo, em minutos, entre 3 inscrições consecutivas}} \underbrace{\sim G(2, 0.6)}$$

$$\underbrace{P(W > 7)} = \underbrace{P(2\lambda W > 2 * \; 0.6 .* 7)} = \underbrace{P\left(\chi^2_{(4)} > 8{,}4\right)} = \underbrace{0.0780}$$

c) Seleccionada uma **amostra casual** de 10 tempos entre inscrições consecutivas, calcule a probabilidade de o maior tempo ser superior a 1 minuto.

$(Y_1, Y_2, \cdots, Y_{10})$ amostra casual de dimensão 10

$$Y_i - \text{ tempos entre inscrições consecutivas } \Rightarrow Y_i \sim Ex(0{,}6) \Rightarrow \underbrace{F_{Y_i}(y) = 1 - e^{-0{,}6y}}$$

$$\Rightarrow \underbrace{Max\{X_i\} = X_{(10)} \Rightarrow G_{(10)}(x) = [F_X(x)]^{10}}$$

$$\underbrace{P\left(X_{(10)} > 1\right) = 1 - P\left(X_{(10)} \leq 1\right)} = \underbrace{1 - G_{(10)}(1) = 1 - [F_X(1)]^{10}}$$

$$= \underbrace{1 - [1 - \; e^{-0{,}6*1}]^{10}} = \underbrace{1 - (1 - 0{,}5488)^{10}} = \underbrace{1 - (0{,}4512)^{10}}$$

$$= \underbrace{0{,}9997}$$

4. A duração de pequenos anúncios (entre 5 e 10 **segundos**) num canal privado de televisão é bem modelado por uma distribuição Uniforme. Se antes do começo dos jogos do EURO 2016 forem passados 50 destes anúncios determine a probabilidade de a duração total da publicidade durar menos de 6 **minutos**?

X- duração de pequenos anúncios, em segundos $\sim U(5, 10) \Rightarrow \underbrace{\mu_X = \frac{10+5}{2} = 7.5}$;

$$\underbrace{\sigma_X^2 = \frac{(10-5)^2}{12} = \frac{25}{12}}$$

$$\underbrace{Y = \sum_{i=1}^{50} X_i} - \underbrace{\text{duração de 50 pequenos anúncios, em segundos}} \underbrace{\dot{\sim}} N\left(\underbrace{50 * 7.5}, \underbrace{\sqrt{50 \cdot \frac{25}{12}}}\right)$$

$$\underbrace{P(Y < 6*60)} = \underbrace{normalcdf\left(-10000, 360, 50*7.5, \sqrt{50*\frac{25}{12}}\right)} = \underbrace{0{,}0708}$$

Ou

$$\underbrace{P(Y < 6*60)} = \underbrace{P\left(\frac{Y-\mu_Y}{\sigma_Y} < \frac{360-375}{\sqrt{50*\frac{25}{12}}}\right) \approx P(Z < -1{,}4697) = 1 - \boldsymbol{\phi}(1{,}4697)}$$

$$= \underbrace{\mathbf{1 - 0,9292 = 0,0708}}$$

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – Exame Época Recurso 29 . 06. 16

2ª Parte – Prática – 90 minutos

624371

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(20)	3a.(10)	3 c) (15)	4. (20)	T:
1b.(10)	2b.(15)	3b.(20)			P:

Atenção: Nas questões de resposta aberta, formalize e justifique todos os passos.

1. Na empresa Bebidas, S.A., as percentagens de vendas de Água, Sumos e Cerveja são respectivamente 20%, 30% e 50%. Segundo os testes de qualidade, 70% das garrafas de Água tem qualidade aceitável e entre as garrafas de qualidade aceitável 30% são de Sumos. Sabe-se também que 70% das garrafas vendidas pela empresa tem qualidade aceitável.

a) Para efeitos de controlo de qualidade da Cerveja, seleccionou-se aleatoriamente uma garrafa. Qual a probabilidade de que seja de qualidade aceitável?

b) Seleccionadas ao acaso 14 garrafas. Qual a probabilidade de mais de metade delas serem de Àgua?

0.9908 ☐ 0.0116 ☐ 0.9678 ☐ 0.0024 ☐

2. As receitas mensais, em **milhões de euros**, resultantes da venda de dois produtos X e Y são bem modeladas pelas variáveis aleatórias X e Y cujas funções densidade de probabilidade são:

$$f_X(x) = \frac{2x}{9} \quad (0 < x < 3) \text{ e } f_Y(y) = 2y \quad (0 < y < 1)$$

Admita independência entre as variáveis aleatórias.

a) Qual a percentagem de meses em que a receita proveniente da venda do produto X é inferior à receita proveniente da venda do produto Y?

b) Determina a receita média proveniente da venda do produto Y, nos meses em que a receita proveniente da venda do produto X é de 2 milhões de euros.

3. As inscrições num dado website segue um processo de Poisson de intensidade média igual a 0.6 por minuto.

b) Qual a probabilidade de em 5 minutos o site ter menos de 4 inscrições?

0.2240 ☐ 0.6472 ☐ 0.1680 ☐ 0.8153 ☐

c) Determine a probabilidade de o tempo decorrido entre 3 inscrições consecutivas ser inferior a 7 minutos.

d) Seleccionada uma **amostra casual** de 10 tempos entre inscrições consecutivas, calcule a probabilidade de o maior tempo ser superior a 1 minuto.

4. A duração de pequenos anúncios (entre 5 e 10 **segundos**) num canal privado de televisão é bem modelado por uma distribuição Uniforme. Se antes do começo dos jogos do EURO 2016 forem passados 50 destes anúncios determine a probabilidade de a duração total da publicidade durar menos de 6 **minutos**?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – Exame Época Recurso 29 . 06. 16

2ª Parte – Prática – 90 minutos

634172

Nome:____Número:________

Espaço reservado para classificações					
1a.(20)	2a.(20)	3a.(10)	3 c) (15)	4. (20)	T:
1b.(10)	2b.(15)	3b.(20)			P:

Atenção: Nas questões de resposta aberta, formalize e justifique todos os passos.

1. Na empresa Bebidas, S.A., as percentagens de vendas de Água, Sumos e Cerveja são respectivamente 20%, 30% e 50%. Segundo os testes de qualidade, 70% das garrafas de Água tem qualidade aceitável e entre as garrafas de qualidade aceitável 30% são de Sumos. Sabe-se também que 70% das garrafas vendidas pela empresa tem qualidade aceitável.

a) Para efeitos de controlo de qualidade da Cerveja, seleccionou-se aleatoriamente uma garrafa. Qual a probabilidade de que seja de qualidade aceitável?

b) Seleccionadas ao acaso 20 garrafas. Qual a probabilidade de mais de metade delas serem de Sumos?

0.0480 ☐ 0.9346 ☐ 0.0171 ☐ 0.9692 ☐

2. As receitas mensais, em **milhões de euros**, resultantes da venda de dois produtos X e Y são bem modeladas pelas variáveis aleatórias X e Y cujas funções densidade de probabilidade são:

$$f_X(x) = \frac{2x}{9} \quad (0 < x < 3\,) \text{ e } f_Y(y) = 2y \quad (0 < y < 1\,)$$

Admita independência entre as variáveis aleatórias.

a) Qual a percentagem de meses em que a receita proveniente da venda do produto X é inferior à receita proveniente da venda do produto Y?

b) Determina a receita média proveniente da venda do produto Y, nos meses em que a receita proveniente da venda do produto X é de 2 milhões de euros.

3. As inscrições num dado website segue um processo de Poisson de intensidade média igual a 0.6 por minuto.

b) Qual a probabilidade de em 5 minutos o site ter menos de 10 inscrições?

0.9989 ☐ 0.0027 ☐ 0.9997 ☐ 0.0008 ☐

c) Determine a probabilidade de o tempo decorrido entre 3 inscrições consecutivas ser inferior a 7 minutos.

c) Seleccionada uma **amostra casual** de 10 tempos entre inscrições consecutivas, calcule a probabilidade de o maior tempo ser superior a 1 minuto.

4. A duração de pequenos anúncios (entre 5 e 10 **segundos**) num canal privado de televisão é bem modelado por uma distribuição Uniforme. Se antes do começo dos jogos do EURO 2016 forem passados 50 destes anúncios determine a probabilidade de a duração total da publicidade durar menos de 6 **minutos**?

ESTATÍSTICA I - 2º Ano/Economia-Finanças – Exame Época Recurso **29 . 06. 16**

2ª Parte – Prática – 90 minutos

641372

Nome:____**Número:**________

Espaço reservado para classificações					
1a.(20)	2a.(20)	3a.(10)	3 c) (15)	4. (20)	T:
1b.(10)	2b.(15)	3b.(20)			P:

Atenção: Nas questões de resposta aberta, formalize e justifique todos os passos.

1. Na empresa Bebidas, S.A., as percentagens de vendas de Água, Sumos e Cerveja são respectivamente 20%, 30% e 50%. Segundo os testes de qualidade, 70% das garrafas de Água tem qualidade aceitável e entre as garrafas de qualidade aceitável 30% são de Sumos. Sabe-se também que 70% das garrafas vendidas pela empresa tem qualidade aceitável.

a) Para efeitos de controlo de qualidade da Cerveja, seleccionou-se aleatoriamente uma garrafa. Qual a probabilidade de que seja de qualidade aceitável?

b) Seleccionadas ao acaso 20 garrafas. Qual a probabilidade de mais de metade delas serem de Água?

0.0006 ☐ 0.9980 ☐ 0.0026 ☐ 0.9926 ☐

2. As receitas mensais, em **milhões de euros**, resultantes da venda de dois produtos X e Y são bem modeladas pelas variáveis aleatórias X e Y cujas funções densidade de probabilidade são:

$$f_X(x) = \frac{2x}{9} \quad (0 < x < 3) \text{ e } f_Y(y) = 2y \quad (0 < y < 1)$$

Admita independência entre as variáveis aleatórias.

a) Qual a percentagem de meses em que a receita proveniente da venda do produto X é inferior à receita proveniente da venda do produto Y?

b) Determina a receita média proveniente da venda do produto Y, nos meses em que a receita proveniente da venda do produto X é de 2 milhões de euros.

3. As inscrições num dado website segue um processo de Poisson de intensidade média igual a 0.6 por minuto.

b) Qual a probabilidade de em 4 minutos o site ter menos de 9 inscrições?

0.0007 ☐ 0.9998 ☐ 0.0025 ☐ 0.9991 ☐

c) Determine a probabilidade de o tempo decorrido entre 3 inscrições consecutivas ser inferior a 7 minutos.

d) Seleccionada uma **amostra casual** de 10 tempos entre inscrições consecutivas, calcule a probabilidade de o maior tempo ser superior a 1 minuto.

4. A duração de pequenos anúncios (entre 5 e 10 **segundos**) num canal privado de televisão é bem modelado por uma distribuição Uniforme. Se antes do começo dos jogos do EURO 2016 forem passados 50 destes anúncios determine a probabilidade de a duração total da publicidade durar menos de 6 **minutos**?