

Análise Matemática I – 1º ano MAEG

LISTA 8

- (1) Estude as seguintes funções nos seus respectivos domínios e esboce os seus gráficos:
- (a) $f(x) = e^{-x^2}$
 - (b) $g(x) = x \log |x|$
- (2) Determine a derivada de ordem n das seguintes funções: e^{ax} , $\sin(kx)$ e $e^x \cdot \cos(x)$.
- (3) Dados n números reais a_1, a_2, \dots, a_n , verifique que o valor de x que minimiza a soma $\sum_{i=1}^n (x - a_i)^2$ é a média aritmética dos números dados.
- (4) Escreva o polinómio de Taylor de ordem $n \in \mathbb{N}$ em torno de $x = 1$ das funções $f(x) = x^2 - x + 1$, $g(x) = e^x$ e $h(x) = \frac{1}{x}$.
- (5) Prove, utilizando o teorema de Taylor, que:
- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x} = 0$.
 - (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1 + x^2/2}{x^2} = 0$.
- (6) Calcule as primitivas das seguintes funções definidas em \mathbb{R} :
- (a) $f(x) = 2^{3x}$
 - (b) $f(x) = \frac{x^3}{a^4 + x^4}$ onde $a \in \mathbb{R}$
 - (c) $f(x) = \frac{e^x}{a^4 + x^4}$ onde $a \in \mathbb{R}$
 - (d) $f(x) = \frac{e^x}{\sqrt[3]{1 + 2e^x}}$
 - (e) $f(x) = e^{x+3}$
 - (f) $f(x) = x^2 e^{x^3+4}$
 - (g) $f(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$
 - (h) $f(x) = \frac{\sin(x)}{1 + \cos^2(x)}$
 - (i) $f(x) = \frac{\sin(x) \cos(x)}{1 + \cos^2(x)}$
 - (j) $f(x) = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}$
 - (k) $f(x) = (x^2 + 1)(x^3 + 3x)^{11}$

2

$$(1) f(x) = \sin(x) \cos(x)$$