Teste intercalar: 5 de Novembro de 2017: soluções numéricas

1.a) $A = [-\frac{1}{2}, 2]$;

1.b) Supremo=máximo=$\frac{7}{12}$; Ínfimo=mínimo=$-\frac{4}{3}$;

1.c) $fr(A \cap \mathbb{Q}) = [-\frac{1}{2}, 2]$; $B' = \{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}$;

1.d) i) PV (pq B tem mínimo);

ii) PV (pq $\mathbb{R}\backslash A$ é um conjunto aberto e portanto igual ao seu interior);

2. Como $n.\dfrac{\sqrt{3n}}{\sqrt{n^3+n}} \leq a_n \leq n.\dfrac{\sqrt{3n}}{\sqrt{n^3+1}}$ e $\lim n.\dfrac{\sqrt{3n}}{\sqrt{n^3+n}} = n.\dfrac{\sqrt{3n}}{\sqrt{n^3+1}} = \sqrt{3}$ (prove!), pelo teorema das sucessões enquadradas, obtemos que $\lim a_n = \sqrt{3}$.

4.a) Como f é contínua em $x = 0$ temos que ter $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$.

Agora $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \ln 2 + k$ e $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \arccos(1) = 0 = f(0)$ e portanto obtemos que $k = -\ln 2$;

4.b) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 4.\frac{\pi}{2} = 2\pi$;

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1 + k$;(note que tem aqui um limite notável visto que $e^x \to 0$, quando $x \to -\infty$);

4.c) Basta provar que é possível aplicar à função $g(x) = f(x) - x - 1$ o corolário do teorema de Bolzano no interalo $[1, 2]$; (justifique que g é contínua no intervalo considerado e que $g(1) \times g(2) < 0$);