Época de Recurso - 3 de Fevereiro de 2016

1.a) $A = [\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}]$;

1.b) Minorantes de B:$\emptyset$; Majorantes B: $[2, +\infty[$; máximo = 2, mínimo não existe;

1.c) $int(A \cap \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}) = \emptyset$; $fr(A \cap \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}) = [\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}]$;

1.d) i) PV porque o conjunto $A \cup B$ tem máximo

ii)PF (pq $int(B) = \emptyset$);

2.a) $1 + (1 + 0)(e^0) = 2$

2.b) Area=$\int_0^1 \frac{x}{x^2+3x+2} dx = \ln(9/8)$;

3.a) f é contínua em $\mathbb{R}$ para $k = -\pi/4$;

3.b) não; considerando o valor de k obtido na alineia anterior temos $f'(1^-) = 0$ e $f'(1^+) = -\frac{1}{2}$;

3.c) PV Em $[1, +\infty[$ a função f é decrescente ($f' < 0$).

4. Reescrevendo a igualdade dado obtém q $a^2f^2(a) = b^2f^2(b)$. Considerando a função $g(x) = x^2f^2(x)$, aplique o teorema de Rolle a esta função no intervalo $[a, b]$ (prove que está nas condições do teorema) e obtém a iguladade desejada.

5. **: Esta resposta é para o exercicio q no denominador em vez de $x^3 - x^5$ teria $x - x^5$**: Pontos improprios: 0 e 1; No ponto 0 comparar com $\int_0^{1/2} \frac{1}{x^\alpha} dx$, conv sse $\alpha < 1$; No ponto 1 comparar com $\int_{1/2}^1 \frac{1}{(1-x)^{1/2}} dx$, conv qq q seja valor de α; Conv sse $0 < \alpha < 1$;

   Para o exercicio cujo enunciado está na página a resposta é: não existe nenhum valor de α positivo para o qual o integral é convergente

6. Ideias chave: Considere a função $f(x) = g(x) - x$.

   Por hipótese , existe $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots \in \mathbb{R}^+$, com $\lim(a_n) = +\infty$ tais que $f(a_k) = 0$, para todo $k \in \mathbb{N}$ (justifique porquê).

   Pelo teorema de Rolle, entre 2 zeros de f existe pelo menos 1 zero de f' e portanto arranjamos b_n sucessão de elementos tq $\lim b_n = +\infty$ e $f'(b_n) = 0$, ou seja, $g'(b_n) - 1 = 0$.

   Pela definição de limite segundo Heine sai o resultado pedido.